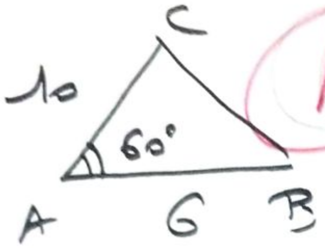
Correction du devoir n°7 - 1. Spé.

Ex1 :

/5



1) d'après Al-Kashi

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\,AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$= 36 + 100 - 120 \times \cos(60°)$

$= 136 - 120 \times \frac{1}{2} = 76$

donc $BC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$

2,5

2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(BA^2 + BC^2 - AC^2)$

$= \frac{1}{2}(36 + 76 - 100) = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ 0,75

et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \times BC \times \cos(\widehat{ABC})$

$= 6\sqrt{76}\cos(\widehat{ABC})$

0,25

donc $6\sqrt{76}\cos(\widehat{ABC}) = 6 \iff \cos(\widehat{ABC}) = \frac{1}{\sqrt{76}}$ 0,5

d'après la calculatrice $\boxed{\widehat{ABC} \simeq 83,4°}$ 0,5

Ex2 : $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ sur $[-4;4]$

/5

2

1) $f'(x) = \frac{1 \times (x^2+1) - x \times 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{(1+x)(1-x)}{(x^2+1)^2}$

2) $(x^2+1)^2 > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $1 - x^2$ 0,5

x	-4		-1		1		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\frac{4}{17}$	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	$\frac{4}{17}$

0,5

$a = -1$
du signe de a à l'extérieur des racines

2

3) Le maximum de f sur $[-4;4]$ est $\frac{1}{2}$ atteint en $x = 1$
et le minimum est $-\frac{1}{2}$ atteint en $x = -1$

1