Correction du dev n° 6 - 1spé

Ex 1 : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$ ABC isocèle en A

cas 1 $= AB^2 \times \cos(30°)$ 1,5 × 4 /6

$= 4^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

cas 2 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB}\cdot\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{49}{2} = 24{,}5$

H est le projeté orthogonal de C sur (AB)

ABC isocèle en C ; H milieu de [AB]

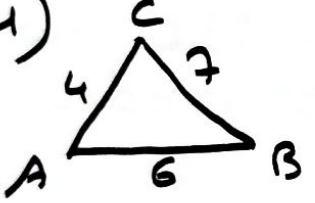
cas 3 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB} = AB^2 = 7^2 = 49$

B est le projeté orthogonal de C sur (AB)

cas 4 $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires de sens contraires

donc $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = -AB \times AC = -2 \times 6 = -12$

Ex 2 : 1)



$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

donc $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(BA^2 + BC^2 - CA^2)$

$= \frac{1}{2}(36 + 49 - 16)$

2

$= \frac{1}{2} \times 69 = 34{,}5$

2) dans un repère orthonormé

A $(-2;4)$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$ 1,5

B $(1;3)$

C $(1;-2)$ donc $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 3 \times 3 + (-1) \times (-6)$

$= 9 + 6 = 15$

3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$= 6 \times 5 \times \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ /5

$= 30 \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = -15\sqrt{2}$ 1,5

19

Ex 3 : $C(x) = 0{,}5\,x^2 + 2x + 200$ sur $I = [1\,;50]$

coût en centaines d'€ pour x litres 0,25

1) 1L est vendu 2300 € soit 23 centaines d'€ donc $\boxed{R(x) = 23x}$ recette 0,75

2) $\boxed{B(x)} = R(x) - C(x)$

$= 23x - (0{,}5x^2 + 2x + 200)$ 0,75

$= 23x - 0{,}5x^2 - 2x - 200$

$= \boxed{-0{,}5x^2 + 21x - 200}$ Bénéfice

3) $B'(x) = -x + 21$ 0,5

x	1		21		50
$B'(x)$		+	0	−	
$B(x)$	$-179{,}50$	↗	$20{,}5$	↘	-400

0,5

Le bénéfice maximal est de 2050 € pour 21L produits et vendus 1

4) $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ coût moyen par litre sur $[1\,;50]$ 0,5 0,25

ⓐ $C_m(20) = \dfrac{C(20)}{20} = \dfrac{440}{20} = 22$ 0,5

pour 20L produits, le coût moyen est de 2200 € par litre 0,75

ⓑ $C_m(x) = \dfrac{0{,}5x^2 + 2x + 200}{x} = 0{,}5x + 2 + \dfrac{200}{x}$ 0,5

ⓒ $C_m'(x) = 0{,}5 - \dfrac{200}{x^2} = \dfrac{0{,}5x^2 - 200}{x^2}$ 0,75

$x^2 > 0$ du signe de $0{,}5x^2 - 200$

$(= 0{,}5(x^2 - 400)$

$= 0{,}5(x + 20)(x - 20))$

x	1		20		50
$C_m'(x)$		−	0	+	
$C_m(x)$	$202{,}5$	↘	22	↗	31

$a = 0{,}5$ du signe de a à l'extérieur 0,5

Le coût moyen est minimal pour 20L produits 0,5