Correction du devoir n° 2 - 1 spé

Ex 1 :

18

1) $4x^4+7x^2-36=0$, $x\in\mathbb{R}$

on pose $X=x^2$ avec $\boxed{X\in\mathbb{R}^+}$

l'équation devient $4X^2+7X-36=0$

$\Delta=49-4\times(-36)\times4=625$

$\sqrt{\Delta}=25$

$X_1=\frac{-7-25}{8}=\frac{-32}{8}=\cancel{-4}$ et $X_2=\frac{-7+25}{8}=\frac{18}{8}=\frac{9}{4}$

ne convient pas

$x^2=\frac{9}{4} \iff x=\frac{3}{2}$ ou $x=\frac{-3}{2}$

/3

$\boxed{S=\{-3/2\,;\,3/2\}}$

2) $-2x^2+2x+3\geqslant x+2$, $x\in\mathbb{R}$

/2,5

$\iff -2x^2+x+1\geqslant 0$

$\iff (x-1)(-2x-1)\geqslant 0$ ou $\Delta=1-4\times(-2)\times1=9$

$\sqrt{\Delta}=3$

1 est racine évidente de $(-2x^2+x+1)$

$x_1=\frac{-1-3}{-4}=1$

$x_2=\frac{-1+3}{-4}=\frac{2}{-4}=\frac{-1}{2}$

x	$-\infty$		$-1/2$		1		$+\infty$
$-2x^2+x+1$ ($a=-2$)		$-$	0	$+$	0	$-$	

du signe de a à l'extérieur des racines

$\boxed{S=\left[\frac{-1}{2}\,;\,1\right]}$

3) $\frac{x^2+5x+4}{x+1}=2x-3$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

/2,5

$\boxed{S=\{7\}}$

$\iff x^2+5x+4=(x+1)(2x-3)$

$\iff x^2+5x+4=2x^2-x-3$

$\iff 0=x^2-6x-7$ ou $\Delta=36-4\times(-7)=64$

$\sqrt{\Delta}=8$

$\iff 0=(x+1)(x-7)$

$x_1=\frac{6+8}{2}=7$ $x_2=\frac{6-8}{2}=\cancel{-1}$

-1 est racine évidente

ne convient pas

Ex2 : $f(x) = 3x^2 - 4x - 4$ sur $\mathbb{R}$ et $g(x) = -3x^2 + 6x + 12$

17

1) $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-6} = 1$ $g(1) = -3 + 6 + 12 = 15$

S(1 ; 15) est le sommet de $\mathcal{C}_g$ 1

2) $a = -3$
$a < 0$ donc

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$\nearrow$	15	$\searrow$

1

3) $3x^2 - 4x - 4 > -3x^2 + 6x + 12$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 10x - 16 > 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 8 > 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(3x-8) > 0$

-1 est racine évidente

+ 1 course

ou $3x^2 - 5x - 8$

$\Delta = 25 - 4 \times 3 \times (-8) = 121$

$\sqrt{\Delta} = 11$

$x_1 = \frac{5+11}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$

$x_2 = \frac{5-11}{6} = \frac{-6}{6} = -1$

x	$-\infty$		-1		$8/3$		$+\infty$
$3x^2-5x-8$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$a = 3$

$\boxed{S =]-\infty ; -1[\cup]8/3 ; +\infty[}$

3

$3x^2 - 4x - 4 > -3x^2 + 6x + 12 \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

Graphiquement, les solutions sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés strictement au-dessus de $\mathcal{C}_g$ 1

Ex3 : Soit AE = x (cm) $\boxed{0 \leq x \leq 10}$ 9,5

aire du carré AEFG : $A_1 = x^2$ (cm²)

15

aire du ~~triangle~~ BFC : $A_2 = \frac{1}{2} \times BC \times h$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (10 - x)$

$= 5(10 - x)$

$= 50 - 5x$ (cm²)

1,5

$A_1 = A_2$

$\Leftrightarrow x^2 = 50 - 5x$

$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 50 = 0$

1

$\Delta = 25 - 4 \times (-50) = 225$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{225} = 15$

1

$x_1 = \frac{-5-15}{2} = \frac{-20}{2} = \cancel{-10}$ ne convient pas

1

$x_2 = \frac{-5+15}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Les aires sont égales pour AE = 5 cm, soit E milieu de [AB]

Annexe de **l'exercice 2 (à rendre avec la copie)**