

Convergence du divoim' 11 - 1er

Ex 1 : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \times 3^n \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

1) $\begin{cases} u_1 = u_0 + 2 \times 3^0 = 2 + 2 = 4 \\ u_2 = u_1 + 2 \times 3^1 = 4 + 6 = 10 \end{cases}$

2) $\frac{u_2}{u_1} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$ et $\frac{u_1}{u_0} = \frac{4}{2} = 2$ $2.5 \neq 2$
 (u_n) n'est pas géométrique.

3) (u_n) est définie par récurrence. B

4) $u_{n+1} - u_n = 2 \times 3^n$ et $2 \times 3^n > 0$
 donc (u_n) croissante.

Ex 2 $u_n = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (n \in \mathbb{N})$

1) On reconnaît $u_n = u_0 \times q^n$ avec $u_0 = -4$ et $q = \frac{1}{2}$
 (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$
 de 1er terme $u_0 = -4$

2) $u_8 = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{-4}{2^8} = \frac{-1}{2^6} = \frac{-1}{64}$

3) $S = u_0 + u_1 + \dots + u_8 = u_0 \times \frac{1 - q^9}{1 - q} = -4 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^9}{1 - \frac{1}{2}}$
 $\Rightarrow S = -8 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^9\right) = 8 \left(\left(\frac{1}{2}\right)^9 - 1\right) \approx -8$

Ex 3 : $\begin{cases} u_8 = 256 \\ u_5 = -32 \end{cases} \quad \begin{cases} u_8 = q^3 \times u_5 \\ \Leftrightarrow 256 = q^3 \times (-32) \\ \Leftrightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2 \end{cases} \quad \text{B}$

$u_8 = u_0 \times q^8$
 $\Leftrightarrow -32 = u_0 \times (-2)^8$
 $\Leftrightarrow u_0 = -1$
 (u_n) suite géométrique de raison $q = -2$ de 1er terme initial $u_0 = -1$