

Devoir n°9 - Produit scalaire : ensembles de points - 1ère spé maths

7 février 2020 - 20 min

Exercice 1 (6 pts) : Soient deux points du plan  $A$  et  $B$  tels que  $AB = 8$ , et soit  $I$  le milieu de  $[AB]$ .

1. Déterminer l'ensemble  $\mathcal{F}_1$  des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$
2. Déterminer l'ensemble  $\mathcal{F}_2$  des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 16$
3. Déterminer l'ensemble  $\mathcal{F}_3$  des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -8$

1)  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow (MA) \perp (MB)$  1,5  
 $\mathcal{F}_1$  est le cercle de diamètre  $[AB]$   
 (le cercle de centre  $I$  de rayon  $4 = \frac{1}{2}AB$ )

2) D'après le théorème de la médiane  
 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2 = MI^2 - \frac{1}{4} \times 64 = MI^2 - 16$   
 donc  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 16 \Leftrightarrow MI^2 = 32$   
 $\Leftrightarrow MI = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$   
 $\mathcal{F}_2$  est le cercle de centre  $I$  de rayon  $4\sqrt{2}$

3)  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -8$  Soit  $H$  le projeté orthogonal  
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB} = -8$  de  $\Gamma$  sur  $(AB)$   
 $\Leftrightarrow -AH \times AB = -8$   $-8 < 0$  donc  $\overrightarrow{AH}$  et  $\overrightarrow{AB}$   
 $\Leftrightarrow -AH \times 8 = -8$  sont colinéaires de  
 $\Leftrightarrow \underline{AH = 1}$  sens contraires  
 $\mathcal{F}_3$  est la droite perpen-  
 diculaire à  $(AB)$  passant  
 par  $H$  2,5

