Devoir n°8 - Applications du Produit scalaire - 1ère spé maths

24 janvier 2020 - 30 min

Exercice 1 (4 pts) : Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(2;1)$, $B(-1;-3)$ et $C(-3;0)$
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au degré près.

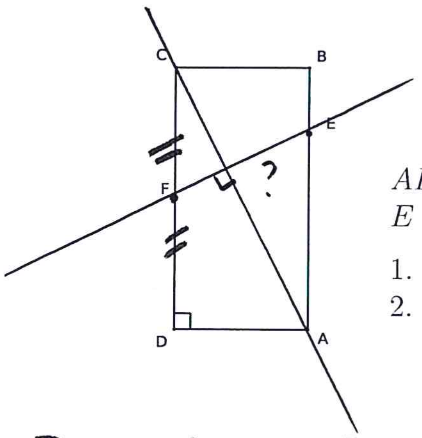
Exercice 2 : ABC est un triangle avec $AB = 5\ cm$, $AC = 6\ cm$ et $BC = 7\ cm$

1. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$
2. On appelle H le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB), déterminer la mesure BH.

Exercice 3 (2 pts) : Dans un repère orthonormé, soient les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ orthogonaux tels que $||\overrightarrow{u}|| = 3$ et $||\overrightarrow{v}|| = 5$.

Calculer $(2\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}).(\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v})$

Exercice 4 (4 pts) :



$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 6$ et $AD = 3$; F est le milieu de $[CD]$, E est le point du segment $[AB]$, tel que $BE = 1,5$.

1. Avec la méthode de votre choix, calculer $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{CA}$
2. Que peut-on en déduire ?

1) Soit le repère orthonormé $(D ; \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} ; \frac{1}{6}\overrightarrow{DC})$

$D(0;0)$
$A(3;0)$
$C(0;6)$
$F(0;3)$
$E(3;4,5)$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\-1,5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$

$\underline{\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{CA}} = -9+9 = \underline{0}$

2) donc $(EF) \perp (CA)$

1spé maths – Correction du dev 8 – Prod Scalaire

<u>Ex 1</u> : $A(2;1)$, $B(-1;-3)$, $C(-3;0)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-1\end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 15+4 = 19$

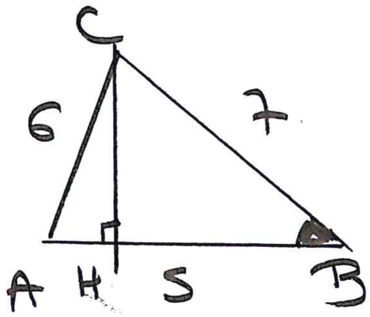
• $\begin{cases} AB^2 = 9+16 = 25 \text{ donc } AB = 5 \\ AC^2 = 25+1 = 26 \text{ donc } AC = \sqrt{26} \end{cases}$

alors $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 5\sqrt{26}\cos(\widehat{BAC})$

Alors $5\sqrt{26}\cos(\widehat{BAC}) = 19 \iff \cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{19}{5\sqrt{26}}$

d'après la calculatrice, $\boxed{\widehat{BAC} \simeq 42°}$

<u>Ex 2</u> :



1) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(AB^2+BC^2-AC^2)$

$= \frac{1}{2}(25+49-36)$

$= \frac{1}{2}\times 38 = 19$

2) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BH} = 19$ positif

vecteurs colinéaires de même sens

donc $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = BA \times BH = 19 \iff 5\times BH = 19$

$\iff \boxed{BH = \dfrac{19}{5}}$ (cm)

<u>Ex 3</u> : $\vec{u}\perp\vec{v} \iff \vec{u}\cdot\vec{v} = 0$ de plus $\|\vec{u}\| = 3$

et $\|\vec{v}\| = 5$ alors $(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v})$

$= 2\|\vec{u}\|^2 - \underbrace{4\vec{u}\cdot\vec{v}}_{0} + \underbrace{\vec{v}\cdot\vec{u}}_{0} - 2\|\vec{v}\|^2$

$= 2\times 9 - 2\times 25$

$= 18 - 50$

$= -32$