Correction du dev n°2 - 1 spé maths

Ex 1 : 1) $\dfrac{2x^2-10x-5}{x+2} = x-3$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ 0,5

$\iff 2x^2-10x-5 = (x-3)(x+2)$

$\iff 2x^2-10x-5 = x^2-x-6$

$\iff \underline{x^2-9x+1=0}$ 1

$\Delta = b^2-4ac = 81-4 = 77$

$\Delta > 0$

1 $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = +\dfrac{9-\sqrt{77}}{2} \\ x_2 = \dfrac{9+\sqrt{77}}{2} \end{cases}$ 1,5

x_1 et $x_2 \neq -2$ donc $\boxed{S = \left\{\dfrac{9-\sqrt{77}}{2} ; \dfrac{9+\sqrt{77}}{2}\right\}}$ 2,5

2) $-2x^2+5x-3>0$ sur $\mathbb{R}$

$\Delta = 25-4\times(-2)\times(-3) = 25-24 = 1$

$\sqrt{\Delta} = 1$

1 $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-5-1}{-4} = \dfrac{-6}{-4} = 3/2 \\ x_2 = \dfrac{-5+1}{-4} = \dfrac{-4}{-4} = 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		1		$3/2$		$+\infty$
$-2x^2+5x-3$ $a=-2$ $a<0$		− signe de a	0	+ de $(-a)$	0	− de a	

1

0,5 $\boxed{S =]1 ; 3/2[}$ 2,5

ou 1 est racine évidente

donc $-2x^2+5x-3>0 \iff (x-1)(-2x+3)>0 \ldots$

Ex 2 : $f(x) = 3x^2-4x-4$ et $g(x) = -3x^2+6x+12$ sur $\mathbb{R}$

1) g est un polynôme du 2d degré 1,5

$-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-6}{-6} = 1$ et $g(1) = -3+6+12 = 15$

Le sommet de $\mathcal{C}_g$ est $\boxed{S(1 ; 15)}$ 0,75

2) de plus $a=-3$, $a<0$ donc

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	15	↘	$-\infty$

0,75

+ courbe

0,5

3) $3x^2-4x-4 > -3x^2+6x+12$ $(\iff f(x) > g(x))$

$\iff 6x^2-10x-16>0$

$\iff 3x^2-5x-8>0$ 0,5 (−1 est racine évidente)

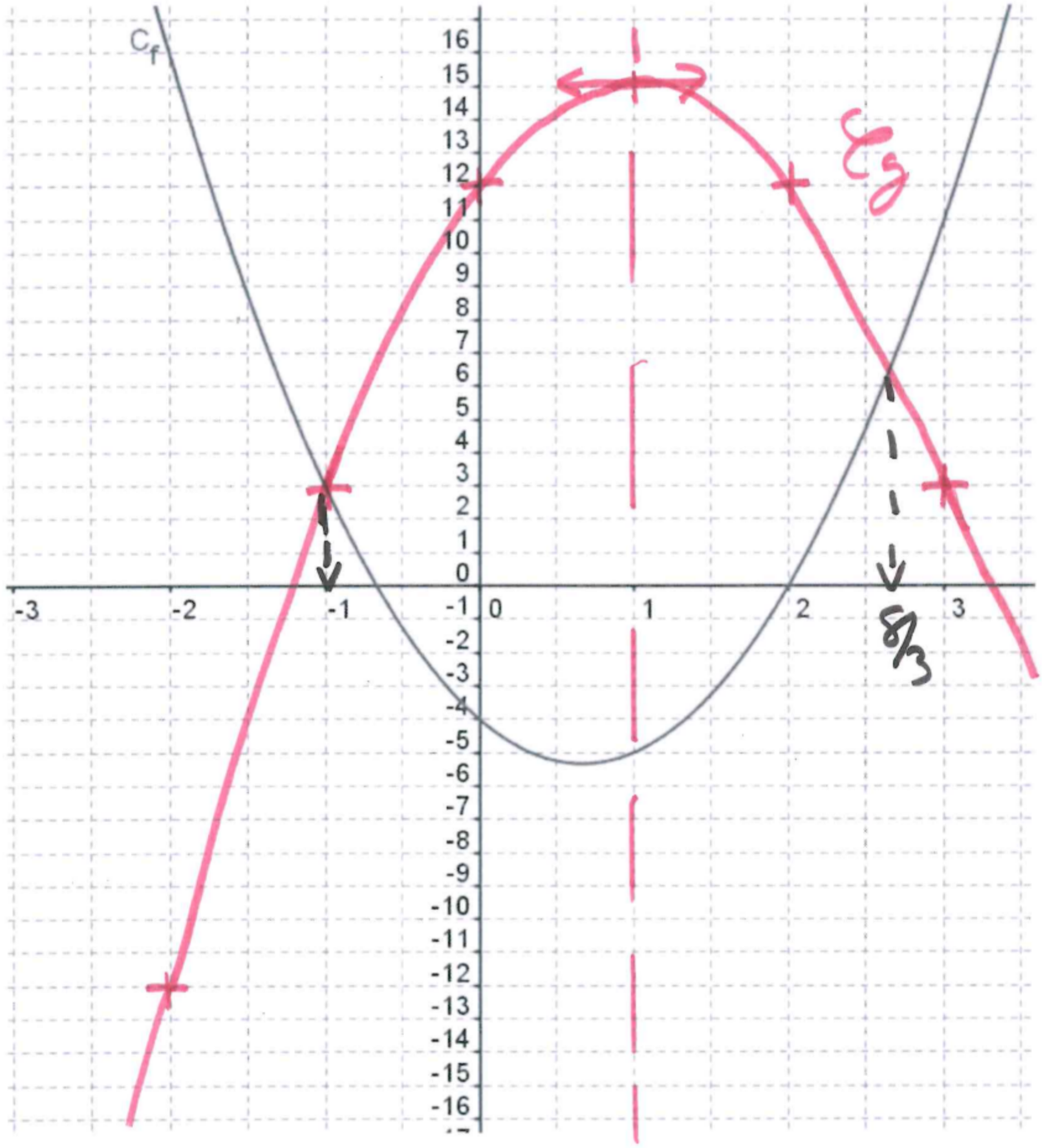
$\iff (x+1)(3x-8)>0$

x	$-\infty$		-1		$8/3$		$+\infty$
$3x^2-5x-8$ $a=3$ $a>0$		+	0	−	0	+	

1,5

$\underline{S =]-\infty ; -1[\cup]8/3 ; +\infty[}$ 0,5

$\mathcal{C}_f$ est au-dessus (~~strictement~~) de $\mathcal{C}_g$ sur $]-\infty ; -1[$ et sur $]8/3 ; +\infty[$ 0,5



C_f
$\mathcal{C}_g$
$8/3$

Ex 3 : $P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 2$ sur $\mathbb{R}$

1) $P(2) = 2^3 - 4\times 2^2 + 3\times 2 + 2 = 8 - 16 + 6 + 2 = 0$
donc 2 est solution de $P(x) = 0$ 0,5

2) Donc $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$ $a, b, c \in \mathbb{R}$

$= ax^3 + bx^2 + cx$
$\quad - 2ax^2 - 2bx - 2c$

$= ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$

par identification des coefficients

$\begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = -4 \\ c - 2b = 3 \\ -2c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ -1 - 2\times(-2) = 3 \text{ vérifié} \\ c = -1 \end{cases}$ 3

Donc $\boxed{P(x) = (x-2)(x^2 - 2x - 1)}$

3) $P(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0$ ou $x^2 - 2x - 1 = 0$

$\hookrightarrow \Delta = 4 - 4\times(-1) = 8$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

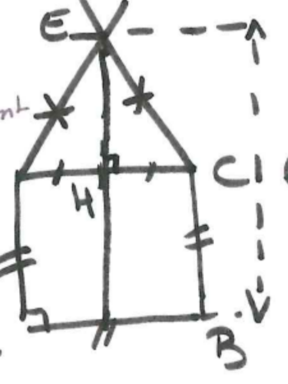
$\begin{cases} x_1 = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2} \\ x_2 = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$

$\boxed{S = \{1 - \sqrt{2}\ ;\ 2\ ;\ 1 + \sqrt{2}\}}$ 1,5

15

Ex 4 :

pas forcément isocèle



$x \geq 0$

1). aire du carré ABCD $= x^2$ (cm^2)

. soit H milieu de [CD] dans le ~~triangle~~ CDE, la droite (EH) est la hauteur issue de E

aire du ~~triangle~~ CDE $= \frac{1}{2} \times CD \times EH$

$= \frac{1}{2} \times x \times (6 - x) = 3x - \frac{1}{2}x^2$ (cm^2)

Donc l'aire totale est $A(x) = x^2 + 3x - \frac{1}{2}x^2$

Soit $\boxed{A(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x}$ (cm^2)

15

2

2) On veut $A(x) \leq 8$ et $x \geq 1$.

$A(x) \leq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 3x \leq 8 \Leftrightarrow \boxed{x^2 + 6x - 16 \leq 0}$ 0,75

$\Delta = 36 - 4\times(-16) = 100$

$\sqrt{\Delta} = 10$

$\begin{cases} x_1 = \frac{-6 - 10}{2} = -8 \\ x_2 = \frac{-6 + 10}{2} = 2 \end{cases}$ 0,75

x	$-\infty$		-8		2		$+\infty$
$x^2 + 6x - 16$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$a = 1$
$a > 0$

1

or $x \geq 1$

donc $\boxed{x \in [1 ; 2]}$ 0,5