Correction du dev n°10 - 1S

Ex 1 1) $p(A\cup B) = p(A)+p(B) - p(A\cap B)$

$\iff 0{,}5 = 0{,}3 + 0{,}4 - p(A\cap B)$

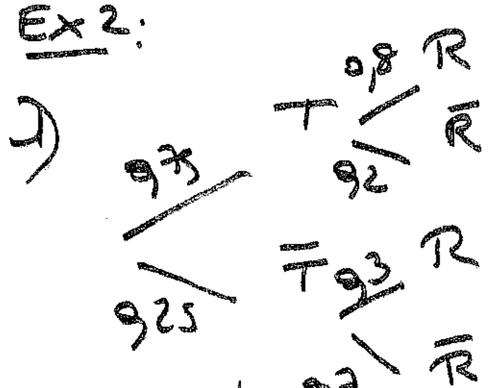
$\iff \underline{p(A\cap B) = 0{,}2}$ /3

2) A et B indépendants donc $p(A\cap B) = p(A)\times p(B)$
$= 0{,}3 \times 0{,}2 = \underline{0{,}06}$

3) $p_2 = \frac{1}{6}$ $p_6 = \frac{1}{6}$ donc $p = \frac{1}{6}\times\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Ex 2:

1)



2) ⓐ $p(T\cap R) = p(T)\times p_T(R)$
$= 0{,}75 \times 0{,}8 = \underline{0{,}6}$

ⓑ T et $\overline{T}$ forment une partition de l'univers des candidats.
D'après la formule des probabilités totales,
$p(R) = p(T\cap R) + p(\overline{T}\cap R)$
$= 0{,}6 + 0{,}25\times 0{,}3 = \underline{0{,}675}$

3) $p_{\overline{R}}(T) = \dfrac{p(T\cap \overline{R})}{p(\overline{R})} = \dfrac{0{,}75\times 0{,}2}{1-0{,}675} = \dfrac{0{,}15}{0{,}325} \approx \underline{0{,}462}$ 1

4) $P_3 = \left(p(\overline{R})\times p(R)\times p(R)\right)\times 3$ $\overline{R}RR$; $R\overline{R}R$; $RR\overline{R}$
$= 0{,}325\times 0{,}675^2 \times 3 \approx \underline{0{,}444}$ 1,5

Ex 3: ABCD est un carré. Soit le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

$A(0;0)$ I milieu de [AB] donc $I(1/2 ; 0)$ 0,5
$B(1;0)$ J milieu de [AD] donc $J(0 ; 1/2)$ 0,5
$D(0;1)$ K milieu de [ID] donc $K(1/4 ; 1/2)$
$C(1;1)$

Donc $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}1/4\\1/2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BJ}\begin{pmatrix}-1\\1/2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{BJ} = -\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 0$

Donc $\overrightarrow{AK}\perp\overrightarrow{BJ}$

et $\underline{(AK)\perp(BJ)}$ 1

ou $\vec{AK}\cdot\vec{JB} = \vec{AK}\cdot(\vec{JA}+\vec{AB})$

$= \vec{AK}\cdot\vec{JA} + \vec{AK}\cdot\vec{AB}$

$= -\vec{AK}\cdot\vec{AJ} + \vec{AH}\cdot\vec{AB}$

$= -\vec{AJ}\cdot\vec{AJ}$ (H projeté orthogonal de K sur (AB))

(J projeté orthogonal de K sur (AJ))

AKI isocèle en K donc (KH) hauteur issue de K est aussi médiane issue de K donc H milieu de [AI]

$= -AJ^2 + \frac{1}{4}\vec{AB}\cdot\vec{AB}$

$= -\left(\frac{1}{2}AD\right)^2 + \frac{1}{4}AB^2 = -\frac{1}{4}AD^2 + \frac{1}{4}AB^2 = 0$

$AD = AB$

Donc $(AK)\perp(JB)$

Ex4 : $AB = 5$ et I milieu de $[AB]$ $+0,5$ Rédaction

1) $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$ théorème de la médiane

$= MI^2 - \frac{25}{4}$ 1

donc $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = 6 \iff MI^2 = 6 + \frac{25}{4} = \frac{49}{4} \iff MI = 7/2$

$\iff M \in \mathcal{C}(I ; 7/2)$ 1

2) $k \in \mathbb{R}$ ⓐ $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = k \iff MI^2 = k + \frac{25}{4} = \frac{4k+25}{4}$ 1

ⓑ $\mathcal{E} = \{M / \vec{MA}\cdot\vec{MB} = k\}$

$\mathcal{E}$ est un cercle $\iff \frac{4k+25}{4} > 0 \iff 4k+25 > 0$ 1,5

$\iff k > -\frac{25}{4}$ pour $k \in \left]-\frac{25}{4} ; +\infty\right[$

ⓒ $\mathcal{E} = \{I\} \iff \frac{4k+25}{4} = 0 \iff 4k = -25 \iff k = -\frac{25}{4}$ 1

Ex5 : $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = (\vec{MI}+\vec{IA})\cdot(\vec{MI}+\vec{IB})$

$= MI^2 + \vec{MI}\cdot\vec{IB} + \vec{IA}\cdot\vec{MI} + \vec{IA}\cdot\vec{IB}$

I milieu de $[AB] \iff \vec{IB} = -\vec{IA}$

donc $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = MI^2 \underbrace{- \vec{MI}\cdot\vec{IA} + \vec{IA}\cdot\vec{MI}}_{=0} - \vec{IA}\cdot\vec{IA}$

$= MI^2 - IA^2$

$= MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$

$IA = \frac{1}{2}AB$ donc $IA^2 = \frac{1}{4}AB^2$