

1S - AP - Vecteurs et Droites

Exercice 1

On considère un triangle ABC ; les points D , E , et F sont définis par :

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BC}$$

Le but de l'exercice est de montrer que D , E et F sont alignés.

1. Solution vectorielle

- Décomposer \overrightarrow{DE} et \overrightarrow{DF} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- Démontrer que D , E et F sont alignés.

2. Solution analytique dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

- Déterminer les coordonnées de tous les points.
- Démontrer que D , E et F sont alignés.
- Déterminer une équation cartésienne de (EF) et vérifier que $D \in (EF)$.

Exercice 2

On considère les points $A(-2; 1)$, $B(1; 2)$, $C(7; 4)$, $A'(0; -2)$, $B'(1; -2)$ et $C'(5; -2)$.

- Vérifier que les points A , B et C sont alignés, ainsi que les points A' , B' et C' .
- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC') et une équation cartésienne de $(A'C)$.
 - En déduire les coordonnées de E , point d'intersection de $(A'C)$ et (AC') .
- De la même manière, déterminer les coordonnées de F , point d'intersection de $(B'C)$ et (BC') .
- Soit $D(\frac{1}{5}; \frac{-6}{5})$; vérifier que D appartient aux droites (AB') et $(A'B)$.
- Démontrer que les points D , E et F sont alignés.

Remarque : Si on change la position des triplets de points alignés A , B , C et A' , B' , C' , les points D , E et F restent alignés. Ce résultat est connu sous le nom de théorème de Pappus.