1S - AP - Fonctions

Exercice 1

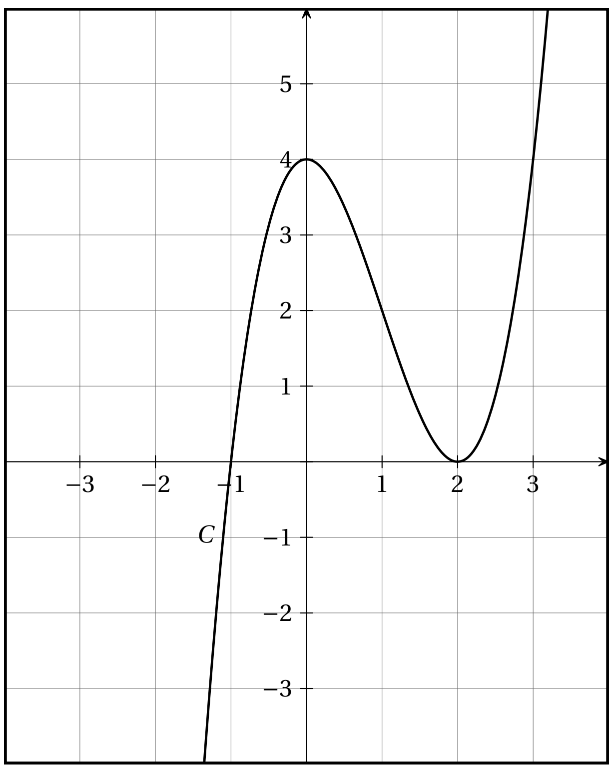
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal ci-joint.

Partie A : Lecture graphique

1. Résoudre $f(x) = 2$
2. Résoudre $f(x) > 0$
3. Quelle est l'image de 0 ?
4. Déterminer les antécédents de 0.
5. Dresser le tableau de variations de f

Partie B : Par le calcul

1. Soit k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = x + 1$.
   (a) Quelle est la nature de k ? Représentez k sur le graphique. On note $\mathscr{C}_k$ sa représentation graphique.
   (b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a
   $$f(x) - k(x) = (x-3)(x^2-1)$$
   (c) En déduire le signe de $f(x) - k(x)$.
   (d) Déterminer la position relative de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}_k$ et vérifier la cohérence du résultat avec le graphique.
2. Montrer que sur $]-\infty; 3]$, le maximum de f est 4.



Exercice 2

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-10; 10]$.

x	-10		-7		0		6		10
Variations de f	0	↗	2	↘	-5	↗	5	↘	3

1. Compléter par $<$, $>$ ou ? si on ne peut pas savoir :

   $f(1)......f(3)$ $\qquad$ $f(-9)......f(-6)$ $\qquad$ $f(7)......f(-2)$

   $f(-6)......2$ $\qquad$ $f(-5)......f(-3)$ $\qquad$ $f(1)......0$

2. Compléter les phrases suivantes :
   (a) Si $-10 \leq a < b \leq -7$ alors $......f(a)......f(b)......$
   (b) Si $6 \leq a < b \leq 10$ alors $......f(a)......f(b)......$

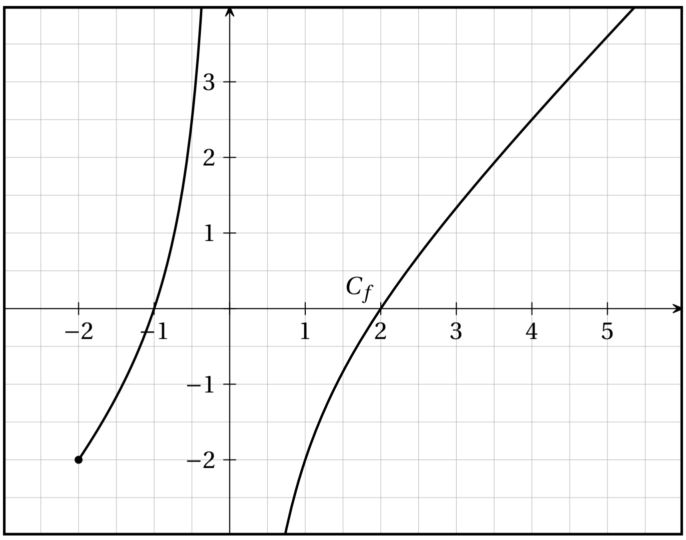
Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)^2 - 5$.

1. Calculer les images de 1 et -3 par f.
2. (a) Résoudre l'équation (E_1) : $f(x) = 4$
   (b) Que représentent les solutions de l'équation (E_1) pour la fonction f ?
3. (a) Résoudre l'équation (E_2) : $f(x) = -5$
   (b) Exprimer le résultat de la question précédente avec une phrase utilisant le mot « image ».

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $[-2; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 1 - \dfrac{2}{x}$.
La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les antécédents de 2,5 par f.
2. Soit m un réel ; discuter graphiquement, le nombre d'antécédents de m suivant les valeurs de m.
3. Démontrer que pour tout x non nul on a

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{x}$$

4. Résoudre par le calcul $f(x) < 0$ sur $[-2; 0[\cup]0; +\infty[$ (le résultat est-il cohérent ?)