

Devoir n°2 - Applications du Second degré - Vecteurs - 1S

11 octobre 2013 - 2h

Exercice 1 (5,5 pts) : Résoudre dans \mathbb{R}

$$1) x - 5\sqrt{x} - 14 = 0 \quad 2) \sqrt{x+5} = 1 - x \quad 3) \sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x-1}$$

Exercice 2 (2,5 pts) :

La somme du carré d'un nombre et du carré de son inverse est égale à $\frac{97}{36}$.
Quel(s) est(sont) ce(s) nombre(s) ?

Exercice 3 (4 pts) :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - 16x - 36$

1. Montrer que -2 est racine de f ; en déduire la factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 4 (6 pts) :

ABC est un triangle, I est le milieu de $[AB]$, J et L sont les points tels que :

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AC}$$

1. Construire une figure.
2. Méthode vectorielle :
 - a) Exprimer \overrightarrow{IL} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
 - b) Exprimer \overrightarrow{IJ} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
 - c) Les points I , J et L sont-ils alignés ?
3. Méthode analytique : On considère le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - a) Donner les coordonnées des points A , B , C , I et L .
 - b) Exprimer le vecteur \overrightarrow{AJ} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ; en déduire les coordonnées du point J .
 - c) Les points I , J et L sont-ils alignés ?

Exercice 5 (2 pts) :

Soit \mathcal{P} la parabole d'équation : $y = x^2 - 3x - 4$

Pour tout réel m , on appelle \mathcal{D}_m la droite d'équation : $y = -mx - 5$

Déterminer les valeurs de m pour lesquelles :

1. \mathcal{D}_m coupe \mathcal{P} en seul point.
2. \mathcal{D}_m coupe \mathcal{P} en deux points distincts.
3. \mathcal{D}_m ne coupe pas \mathcal{P} .

Aide : Pour cela, on montrera que le problème revient à résoudre l'équation : $(E) : x^2 + (m-3)x + 1 = 0$, et on calculera Δ_m .