Correction du devoir n°1 - 1S

Ex 1 : 1) $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses en 2 points d'abscisses -4 et 3 donc $g(x) = a(x+4)(x-3)$ $(a \in \mathbb{R})$

$g(0) = -6$ donc $a \times 4 \times (-3) = -6 \iff a = 1/2$

Alors $\boxed{g(x) = \frac{1}{2}(x+4)(x-3)}$

2

$\mathcal{C}_f$ a pour sommet $S(1;-2)$ donc $f(x) = a(x-1)^2 - 2$ $(a \in \mathbb{R})$

$f(0) = 1$ donc $a \times 1 - 2 = 1 \iff a = 3$

Alors $\boxed{f(x) = 3(x-1)^2 - 2}$

2

2) $h(x) = -x^2 + 2x + 5$

$a = -1$ donc $\mathcal{C}_h$ est $\mathcal{C}_2$
$a < 0$ ou $\mathcal{C}_3$

$h(0) = 5$

$k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 3$

$a = -1/2$ donc $\mathcal{C}_k$
$a < 0$ est $\mathcal{C}_2$ ou $\mathcal{C}_3$

$k(0) = -3$

Alors h est représentée par $\mathcal{C}_2$ et k est représentée par $\mathcal{C}_3$

2

ou $\Delta_h = 4 - 4 \times (-1) \times 5 = 24$
$\Delta_h > 0$ donc $\mathcal{C}_h$ coupe l'axe des abscisses en 2 points

$\Delta_k = 1 - 4 \times \left(\frac{-1}{2}\right) \times (-3) = -5$
$\Delta_k < 0$ donc $\mathcal{C}_k$ ne coupe pas l'axe des abscisses

---

Ex 2 : 1) $x^2 - 6x + 9 = 0$

$\iff (x-3)^2 = 0$

$\iff x = 3$

$\boxed{S = \{3\}}$

1

2) $-6x^2 + x + 2 = 0$

$\Delta = 1 - 4 \times (-6) \times 2 = 49$

$\sqrt{\Delta} = 7$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+7}{-12} = \dfrac{6}{-12} = -\dfrac{1}{2} \\ x_2 = \dfrac{-1-7}{-12} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

1,5

$\boxed{S = \{-1/2 ; 2/3\}}$

3) $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} = 3 \quad x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$\iff \frac{2x-1}{x^2} = 3$

$\iff 2x - 1 = 3x^2$ 2

$\iff 0 = 3x^2 - 2x + 1$

$\Delta = 4 - 4 \times 3 \times 1 = -8$

$\Delta < 0 \quad S = \emptyset$

4) $\frac{x}{x+1} = \frac{2x-1}{x}$

sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;0\}$

$\iff x^2 = (2x-1)(x+1)$

$\iff x^2 = 2x^2 + x - 1$

$\iff 0 = x^2 + x - 1$ 2,5

$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$

$\begin{cases} x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad S = \{x_2 ; x_1\}$

Ex 3 : 1) $-3x^2 + 5x - 8 \leq 0$

$\Delta = 25 - 4 \times (-3) \times (-8)$

$= 25 - 96 = -71$

1,5 $\Delta < 0$ donc $-3x^2 + 5x - 8$

du signe de $a = -3$

donc négatif

alors $\boxed{S = \mathbb{R}}$

2) $2x^2 - 7x + 5 < 0$

$\Delta = 49 - 4 \times 2 \times 5 = 9$

$\sqrt{\Delta} = 3$

2 $\begin{cases} x_1 = \frac{7+3}{4} = \frac{10}{4} = 5/2 \\ x_2 = \frac{7-3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		1		$5/2$		$+\infty$
$2x^2 - 7x + 5$ $a = 2$		$+$ signe de a	0	$-$ de $-a$	0	$+$ de a	

$\boxed{S =]1 ; 5/2[}$

3) $\frac{2x+1}{x+2} \leq 3x \quad x \in \mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$\iff \frac{2x+1}{x+2} \leq \frac{3x(x+2)}{x+2}$ 3,5

$\iff 0 \leq \frac{3x^2 + 6x - (2x+1)}{x+2}$

$\iff \boxed{0 \leq \frac{3x^2 + 4x - 1}{x+2}}$

Soit $N(x) = 3x^2 + 4x - 1$

$\Delta = 16 - 4 \times 3 \times (-1) = 28$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$\begin{cases} x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{7}}{6} = \frac{-2-\sqrt{7}}{3} \\ x_2 = \frac{-2+\sqrt{7}}{3} \end{cases}$

x	$-\infty$		-2		$\frac{-2-\sqrt{7}}{3}$		$\frac{-2+\sqrt{7}}{3}$		$+\infty$
$N(x)$ $a = 3$		$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$x + 2$		$-$	$\Vert$	$+$		$+$		$+$	
$\frac{N(x)}{x+2}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S = \left]-2 ; \frac{-2-\sqrt{7}}{3}\right] \cup \left[\frac{-2+\sqrt{7}}{3} ; +\infty\right[}$