DM1 - Ex72 p31 - 1S

72 On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2 + x + 1$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = -3x + p$, où p est un paramètre réel. Quelle doit être la (ou les) valeur(s) du paramètre p de telle sorte que la parabole et la droite :

a. aient exactement un point d'intersection (on déterminera les coordonnées de ce point) ?

b. aient exactement deux points d'intersection (on déterminera les coordonnées de ces points) ?

c. n'aient aucun point d'intersection ?

$\mathcal{P} : y = x^2 + x + 1$ $\qquad \mathcal{D} : y = -3x + p \quad (p \in \mathbb{R})$

Chercher l'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ revient à résoudre l'équation en x :

$$x^2 + x + 1 = -3x + p$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x^2 + 4x + (1-p) = 0} \quad (E)$$

$$\Delta_p = 16 - 4(1-p) = 16 - 4 + 4p$$

$$\boxed{\Delta_p = 12 + 4p} = 4(3+p)$$

p	$-\infty$		-3		$+\infty$
Δ_p		$-$	0	$+$	

a) $\boxed{\text{pour } p = -3}$ $\quad \Delta_p = 0 \quad$ (E) admet une seule solution

$$(E) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \underline{x = -2}$$

$\mathcal{D} : y = -3x - 3 \qquad y = -3 \times (-2) - 3 = 3$

$\underline{\mathcal{D} \text{ et } \mathcal{P} \text{ se coupent en un point } A(-2 ; 3)}$

b) $\boxed{\text{pour } p > -3}$ $\quad \Delta_p > 0 \quad$ (E) admet 2 solutions

$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3+p}$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-4 - 2\sqrt{3+p}}{2} = \underline{-2 - \sqrt{3+p}} \\ x_2 = \underline{-2 + \sqrt{3+p}} \end{cases}$$

$\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ se coupent en 2 points $I(x_1 ; y_1)$ et $J(x_2 ; y_2)$

avec $y_1 = -3x_1 + p$ et $y_2 = -3x_2 + p$

c) $\boxed{\text{pour } p < -3}$ $\quad \Delta_p < 0 \quad$ (E) n'admet aucune solution

$\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ ne se coupent pas.