Devoir de mathématiques n^o 9 - 1èreS

19 mars 2013 - 2h

Exercice 1 (5,5 points)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points $A(3;-1)$, $B(2;-4)$ et $C(-2;1)$.

1. Déterminer une équation de la droite (d_1), médiatrice de $[AB]$, et vérifier que $D(-2,-1)$ appartient à (d_1)
2. Déterminer une équation de la droite (d_2), hauteur issue de A dans le triangle ABC, et vérifier que $E(-2,-5)$ appartient à (d_2)
3. On admet que (d_1) et (d_2) sont sécantes ; calculer les coordonnées de leur point d'intersection, noté F.
4. Calculer, au dixième de degré près, une mesure de l'angle aigu formé par les droites (d_1) et (d_2).

Exercice 2 (4 points)

On donne deux points A et B et on appelle I le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que pour tout point M du plan : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - IA^2$
2. On suppose $AB = 4$.
   Déterminer, suivant la valeur de k, l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M tels que :
   $$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k \qquad \text{(où } k \text{ est une constante donnée).}$$
3. Quel est l'ensemble obtenu pour $k = 0$?

Exercice 3 (3 points)

Les 2 questions sont indépendantes.

1. x désigne un nombre réel tel que $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$; on a $cos(x) = \dfrac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$.
   Calculer $cos(2x)$ et en déduire x.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $cos(2x) - sin(x) = 0$

Exercice 4 (7,5 points)

Dans le repère orthonormal ci-dessous, placer les points : $A(3;6)$ et $B(0;6)$.

1. On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points tels que : $2MA^2 + OM^2 - MB^2 = 68$
   (a) Montrer que $M(x;y) \in \mathcal{E} \Longleftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 6y - 7 = 0$.
   (b) En déduire que $\mathcal{E}$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. Tracer l'ensemble $\mathcal{E}$.
2. Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre $C(-2;\dfrac{1}{2})$ et de rayon $\dfrac{5}{2}$. Donner son équation réduite.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{E}$ et $\mathcal{C}$; on notera I celui dont l'ordonnée est la plus grande, et J l'autre point.
4. (a) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{E}$ en $J(0;-1)$; on note T_J cette droite.
   Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ en J ;
   on note T'_J cette droite.
   (b) Montrer que ces deux droites sont perpendiculaires (*On dit que les cercles sont orthogonaux*).