Correction du devoir n°8 - 1S

Ex1 : 1) $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC}} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$ $\quad \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$

1 × 5

$= \frac{1}{2}(36 + 16 - 49)$

$= \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$

2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\-6\end{pmatrix}$ $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC}} = -3\times(-1) + (-1)\times(-6)$

$= 3 + 6 = 9$

3) $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC}} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$

$= 30 \times \cos \frac{2\pi}{3} = 30 \times \frac{-1}{2} = -15$

4) $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC}} = \vec{AB}\cdot\vec{AB}$ $\quad$ C se projette orthogonalemen sur B.

$= AB^2 = 36$

5) $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC}} = -AB \times AC = -6\times 3 = -18$ $(AC = 6 : 2 = 3\text{ cm})$

vecteurs colinéaires de sens contraires.

Ex2 : 1) figure 1

1 $\quad$ 2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-5\\-1\end{pmatrix}$ $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC}} = 15 + 4 = 19$

3) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$

$AB^2 = 9 + 16 = 25$ donc $\underline{AB = 5\text{ cm}}$

$AC^2 = 25 + 1 = 26$ donc $\underline{AC = \sqrt{26}\text{ cm}}$

2,5

alors $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 5\sqrt{26} \cos \widehat{BAC}$

or $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 19$

Donc $5\sqrt{26}\cdot\cos \widehat{BAC} = 19 \iff \cos \widehat{BAC} = \frac{19}{5\sqrt{26}}$

On obtient $\boxed{\widehat{BAC} \simeq 41{,}8°}$

4) Dans le triangle ABH rectangle en H

$\cos \widehat{BAC} = \cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB}$ $\quad$ 2,5

donc $AH = AB \cos \widehat{BAH}$

$= 5 \times \frac{19}{5\sqrt{26}} = \frac{19}{\sqrt{26}} = \boxed{\frac{19\sqrt{26}}{26}} \approx \boxed{3{,}7\text{ cm}}$

Ex3 : 1) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC} = AE \times AC \times \cos\widehat{EAC}$

$\widehat{EAC} = \widehat{EAB} + \widehat{BAC}$ $\quad = \underline{cb\cos(\alpha + \frac{\pi}{2})}$

$= \frac{\pi}{2} + \alpha$

$\underline{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}} = AB \times AF \times \cos\widehat{BAF}$

$= \underline{cb\cos(\alpha + \pi/2)}$ 2

$\widehat{BAF} = \widehat{BAC} + \widehat{CAF}$

$= \alpha + \pi/2$ donc $\boxed{\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}}$ 9,5

2) I milieu de $[BC] \iff \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}} = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC})$

$= 2\overrightarrow{AI} + \underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}}_{\vec{0}} = \boxed{2\overrightarrow{AI}}$ 1,5

3) (AI) hauteur issue de A dans le triangle AEF $\iff (AI) \perp (EF) \iff \overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{EF} = 0$

$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AI}\cdot(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF})$

$2\,\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{AI}\cdot(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF})$

$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})\cdot(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF})$

$= \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EA} + \underbrace{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}} + \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AF}$

4 $\quad = \underbrace{0}_{(AB)\perp(AE)} + \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE} + \underbrace{0}_{(AC)\perp(AF)}$

$= \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC} = 0$

donc $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{EF} = 0 \Rightarrow \boxed{(AI)\perp(EF)}$

La médiane (AI) du triangle ABC est la hauteur issue de A dans le triangle AEF