Correction du devoir n° 5 - 1S

Ex 1 : 1) $\boxed{f(-2) = 1}$ 0,25

$f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 : $f'(2) = \dfrac{-2}{3}$ 0,75

De même $\boxed{f'(-5) = 0}$ tangente parallèle à l'axe des abscisses 0,25

$\boxed{f'(6,5) = \dfrac{5}{4}}$

0,5 0,25 0,5

2) $T_{6,5} : y = f'(6,5) \times (x - 6,5) + f(6,5)$

$y = \dfrac{5}{4}(x - 6,5) + 2$

$y = \dfrac{5}{4}x - \dfrac{5}{4} \times \dfrac{13}{2} + \dfrac{16}{8}$ $\qquad \boxed{T_{6,5} : y = \dfrac{5}{4}x - \dfrac{49}{8}}$

1

$y = \dfrac{5}{4}x - \dfrac{65}{8} + \dfrac{16}{8}$

3) tracé de T_{-3}. 0,5

Ex 2 : $g(x) = 2x^2 - x + 1 \qquad \mathcal{D}_g = \mathbb{R}$

$\tau(1) = \dfrac{g(1+h) - g(1)}{h}$ 0,5
$h \neq 0$

$\left\{ \begin{array}{l} g(1) = 2 - 1 + 1 = 2 \\ g(1+h) = 2(1+h)^2 - (1+h) + 1 \\ = 2(1 + 2h + h^2) - 1 - h + 1 \\ = 2h^2 + 3h + 2 \end{array} \right.$

$= \dfrac{2h^2 + 3h + \cancel{2} - \cancel{2}}{h} = \dfrac{2h^2 + 3h}{h}$

$= \dfrac{h(2h+3)}{h} = 2h + 3$ 1,5

$\lim\limits_{h \to 0} \tau(1) = \lim\limits_{h \to 0} (2h + 3) = 3$ Donc g est dérivable en $a = 1$ et $\boxed{g'(1) = 3}$ 0,5

0,5

Ex 3 : $f(x) = x^3 \qquad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

$\tau(x) = \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ 0,5
$h \neq 0$

$f(x) = x^3$

$f(x+h) = (x+h)^3$

$= x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$

$= \dfrac{\cancel{x^3} + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - \cancel{x^3}}{h} = \dfrac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h}$

$= 3x^2 + 3xh + h^2$ 1,5

$\lim\limits_{h \to 0} \tau(x) = \lim\limits_{h \to 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2$ 0,5

Donc $\boxed{f'(x) = 3x^2 \text{ pour } x \in \mathbb{R}}$ 0,5

Ex4 : 1) $f(x) = \frac{3x^2}{2} + 3x - 1 + \frac{1}{x^2}$ $\quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$

0,5 × 3 $\quad f'(x) = \frac{3}{2} \times 2x + 3 - \frac{2}{x^3} = 3x + 3 - \frac{2}{x^3}$

0,5 $\quad \boxed{f'(x) = \frac{3x^4 + 3x^3 - 2}{x^3}}$

2

2) $g(x) = (2x+1)\sqrt{x}$

a) $\boxed{\mathcal{D}_g = [0 ; +\infty[}$ 0,5

3,5

b) g est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ comme produit de fonctions dérivables sur $]0 ; +\infty[$ 1
($\sqrt{x}$ est dérivable sur $]0 ; +\infty[$)

$g = uv$
$g' = u'v + uv'$

$g'(x) = 2\sqrt{x} + (2x+1) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$

1,5 + 0,5 $\quad = \frac{2\sqrt{x} \times 2\sqrt{x} + (2x+1)}{2\sqrt{x}} = \frac{4x + 2x + 1}{2\sqrt{x}} = \frac{6x+1}{2\sqrt{x}}$

3) $h(x) = \frac{4x-1}{3-5x}$ $\quad \mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \{3/5\}$

a) h est dérivable sur $\mathcal{D}_h$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathcal{D}_h$ car $3 - 5x \neq 0$ 1

b) $h = \frac{u}{v}$ $\quad h' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$h'(x) = \frac{4(3-5x) - (4x-1) \times (-5)}{(3-5x)^2} = \frac{12 - 20x + 20x - 5}{(3-5x)^2}$

4,5

$\boxed{h'(x) = \frac{7}{(3-5x)^2}}$ 2

c) $7 > 0$ et $(3-5x)^2 > 0$ donc $h'(x) > 0$ 0,75

Alors h est strictement croissante sur $]-\infty ; 3/5[$ et sur $]3/5 ; +\infty[$ 0,75