Correction du devoir n° 4 - 1.S

Ex 1 : 1) $f(x) = \sqrt{3-x}$ (15)

ⓐ f est défini pour $3-x \geqslant 0$ soit $3 \geqslant x$

0,5 $\mathcal{D}f =]-\infty ; 3]$

ⓑ • $x \overset{u}{\mapsto} 3-x$ fonction affine de coefficient -1

$-1<0$ donc u est strictement décroissante

• u et $\sqrt{u}$ ont les mêmes variations donc

1 f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 3]$

2) ⓐ

x	-1		0		2		3
$g(x)$	4	↘	0	↗	4	↘	0

0,25 ⓑ

x	-1		0		2		3
$i(x) = g(x)+3$	7	↘	3	↗	7	↘	3

$i = g+3$ a les mêmes variations que g

$\mathcal{C}_g \overset{+3\vec{j}}{\longmapsto} \mathcal{C}_i$

0,5 ⓒ

x	-1		0		2		3
$j(x) = -2g(x)-3$	-11	↗	-3	↘	-11	↗	-3

0,5

$-2<0$ donc j a les variations contraires de g

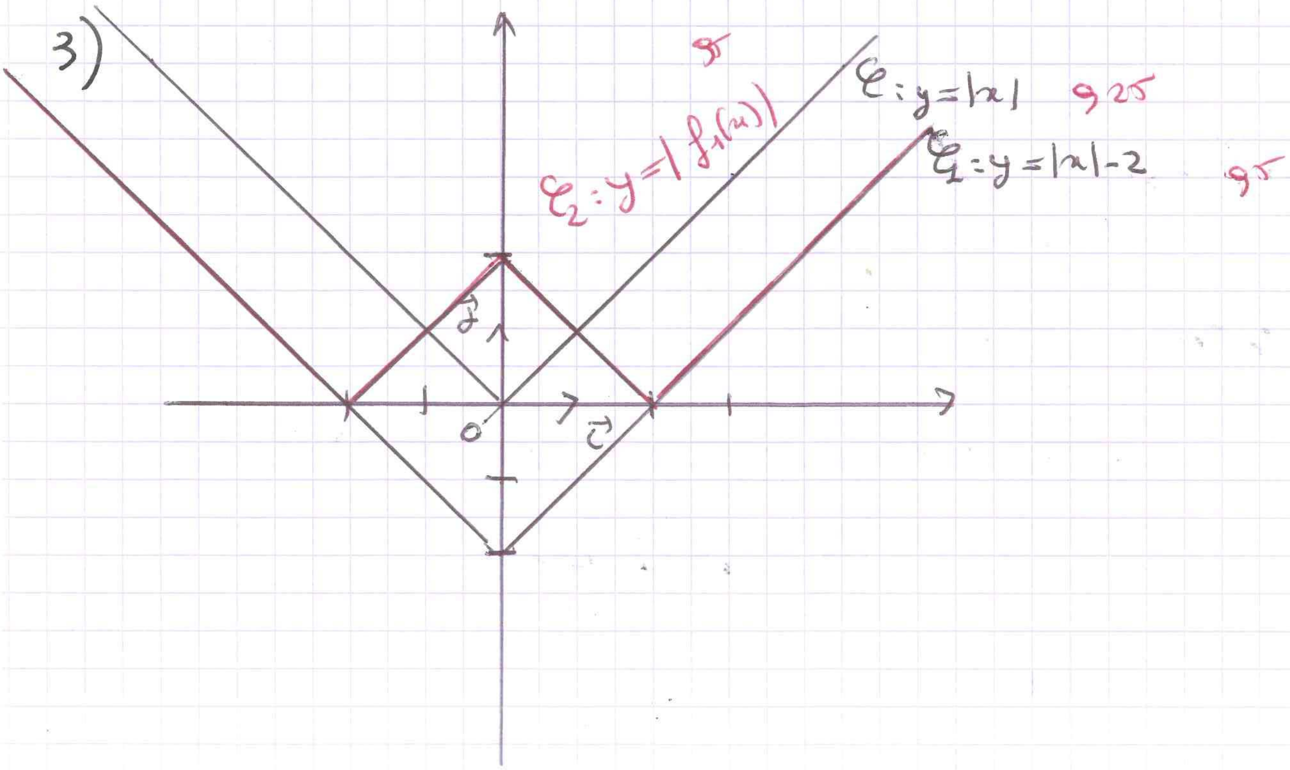
1 ⓓ

x	-1		0		2		3
$k(x) = \frac{1}{g(x)}$	$\frac{1}{4}$	↗	‖	↘	$\frac{1}{4}$	↗	‖

k est défini pour $g(x) \neq 0$ soit pour $x \neq 0$ et $x \neq 3$

$k = \frac{1}{g}$ a les variations contraires de g

3)



Ex2 : $f(x) = |x+1| + |-2x+3|$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

1)

x	$-\infty$ $\quad -1$	$\quad 3/2$	$+\infty$
$\|x+1\|$	$-x-1$ (−) $\quad 0$	$x+1$ (+)	$x+1$ (+)
$\|-2x+3\|$	$-2x+3$ (+)	$-2x+3$ (+) $\quad 0$	$2x-3$ (−)
$f(x)$	$-3x+2$	$-x+4$	$3x-2$

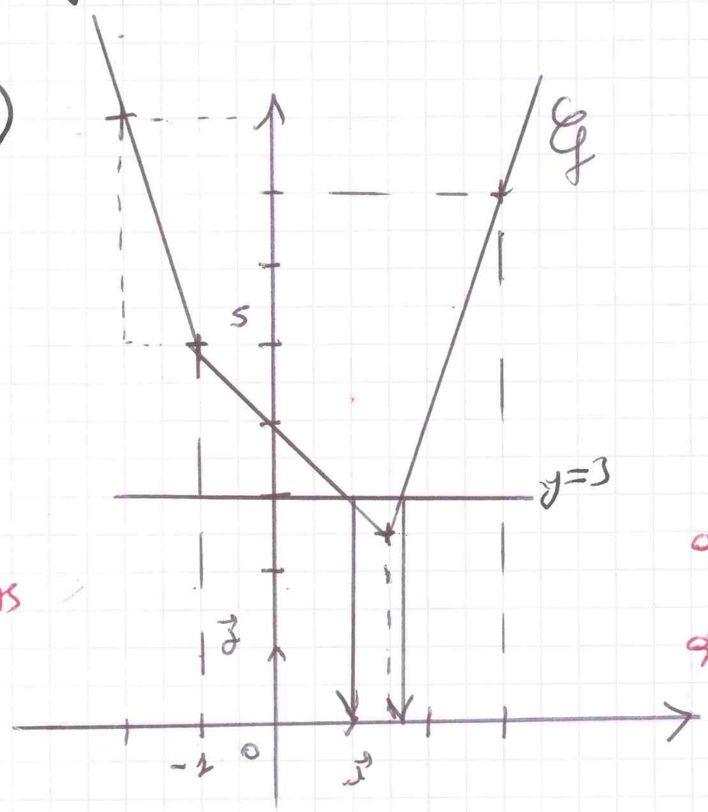
pour $x \in]-\infty ; -1]$
$f(x) = -3x+2$

pour $x \in [-1 ; 3/2]$
$f(x) = -x+4$

pour $x \in [3/2 ; +\infty[$
$f(x) = 3x-2$

1,5

2)



0,75 $\quad$ 0,5 $\quad$ 0,25

3) graphiquement les solutions de l'équation $f(x)=3$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de la droite d'équation $y=3$

On lit environ

$S = \{1 ; 1{,}6\}$

4) Par le calcul

pour $x \leq -1$ $\quad f(x)=3 \iff -3x+2=3 \iff -3x=1$
$\iff x = -1/3$
or $-1/3 > -1$ donc $-1/3$ ne convient pas

pour $-1 \leq x \leq 3/2$ $\quad f(x)=3 \iff -x+4=3 \iff x=1$
$1 \in [-1 ; 3/2]$ donc 1 convient

pour $x \geq 3/2$ $\quad f(x)=3 \iff 3x-2=3 \iff 3x=5$
$\iff x = 5/3$
$5/3 > 3/2$ $\quad$ donc $5/3$ convient $\quad$ 1

$\boxed{S = \{1 ; 5/3\}}$

Exercice 3.

1) $\bar{x}_A = \dfrac{0\times20 + 3\times10 + 6\times40 + \cdots + 27\times10}{365} = \dfrac{5256}{365} = 14,4$

$V_A = \dfrac{(0-14,4)^2\times20 + (3-14,4)^2\times10 + \cdots + (27-14,4)^2\times10}{365} = 44,64$

$\sigma_A = \sqrt{V_A} \approx 6,6813$

1

La moyenne des températures sur l'année pour la ville A est de 14,4°C et l'écart-type est de 6,6813 à 10^{-4} près.

2) D_{1A} est la valeur du caractère telle qu'au moins
0,5 10% des valeurs lui soient inférieures ou égales
365 : 10 = 36,5 donc D_{1A} est la 37ème valeur
soit $\boxed{D_{1A} = 6\,°C}$

0,25×5

365 : 4 = 91,25 Q_{1A} est la 92ème valeur $\boxed{Q_{1A} = 9°C}$

$3 \times \dfrac{365}{4} = 273,75$ Q_{3A} est la 274ème valeur $\boxed{Q_{3A} = 18°C}$

$9 \times \dfrac{365}{10} = 328,5$ D_{9A} est la 329ème valeur $\boxed{D_{9A} = 21°C}$

L'effectif total est de 365 : c'est impair
0,25 365 : 2 = 182,5 donc m_A est la 183ème valeur
$\boxed{m_A = 18°C}$

3) • $\bar{x}_A = \bar{x}_B$ et $\sigma_B > \sigma_A$ La température moyenne annuelle est la même dans les 2 villes mais l'écart-type pour la ville B est bien
0,5 supérieur ce qui se traduit par des températures plus dispersées

• $m_A = 18°C = m_B$ mais $\begin{cases} Q_{3A} - Q_{1A} = 9 \\ Q_{3B} - Q_{1B} = 15 \end{cases}$ 0,25

Là encore, on voit que l'écart interquartile est supérieur pour la ville B tandis
0,5 que la médiane est la même pour les 2 villes donc les valeurs dans « la boîte » sont plus dispersées pour la ville B.

Ex4 : 1) On suppose les classes homogènes et on utilise le centre des classes pour calculer la moyenne

$$\bar{x} = \frac{40\times12+60\times35+\dots+145\times30+240\times9}{12+35+\dots+30+9} = \frac{15010}{150} \approx 100$$

0,5 La durée moyenne d'une communication au standard de l'entreprise est de 100 s environ

0,25 2) effectifs cumulés croissants

1,5 3) diagramme des effectifs cumulés croissants

4) graphiquement $Q_1 \approx 63$ s ; $Q_3 \approx 114$ s et $Med \approx 92$ s

0,25×3

Au moins 25% des communications durent

0,5 moins de 63 s ou 63 s.

5) Soient $A(90;71)$ et $B(110;111)$ $M(Med;75) \in [AB]$

$\Leftrightarrow$ $\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ colinéaires $\vec{AB}\begin{pmatrix}20\\40\end{pmatrix}$ $\vec{AM}\begin{pmatrix}Med-90\\4\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow 20\times4-40(Med-90)=0$

$\Leftrightarrow 80-40(Med-90)=0$

$\Leftrightarrow 40(Med-90)=80$ 1,5

$\Leftrightarrow Med = 90+\frac{80}{40} = 92$ s avec unités

6) $\boxed{\sigma \approx 48}$ donc $\bar{x}-\sigma = 52$ s

graphiquement, on lit, environ 15 communications durent 52 s ou moins.

0,5

7) $\bar{x}+\sigma = 148$ s

graphiquement, il y a environ 126 communications qui durent 148 s ou moins

$126-15 = 111$

Soit 111 communications permettent de répondre correctement aux attentes des personnes appelant ce standard

0,5

A rendre avec la copie

Nom :..