Correction du devoir n°3 - 1·S

Ex 1 : 1) ⓐ $\bar{x} = \dfrac{1\times 4{,}5 + 1\times 4{,}6 + \dots + 3\times 5{,}3 + 1\times 5{,}4}{40} = \dfrac{197{,}2}{40} = 4{,}93$

1 La moyenne est de 4,9 cm de diamètre

1 $V = \dfrac{1\times(4{,}5-4{,}9)^2 + 1\times(4{,}6-4{,}9)^2 + \dots + 1\times(5{,}4-4{,}9)^2}{40} = 0{,}0405$ variance

0,5 $\sigma = \sqrt{V} \simeq 0{,}2$ Ecart-type de 0,2 cm

ⓑ $\begin{cases} [\bar{x}-2\sigma ; \bar{x}+2\sigma] = [4{,}5 ; 5{,}3] \\ [\bar{x}-\sigma ; \bar{x}+\sigma] = [4{,}7 ; 5{,}1] \end{cases}$ → 1 seule pièce n'a pas un diamètre convenable

→ 8 pièces n'ont pas un diamètre convenable

- $\dfrac{1}{40}\times 100 = 2{,}5$ soit seulement 2,5 % des pièces n'entrent pas dans $[\bar{x}-2\sigma ; \bar{x}+2\sigma]$ alors on a plus de 95 % (97,5 %) des pièces qui conviennent.

2

- $\dfrac{8}{40} = \dfrac{1}{5} = 20$ 20 % des pièces n'entrent pas dans $[\bar{x}-\sigma ; \bar{x}+\sigma]$ alors on a plus de 68 % (80 %) des pièces qui conviennent.

Les 2 Tests sont vérifiés donc la machine est correctement réglée

2) ⓐ tableau ⓑ histogramme

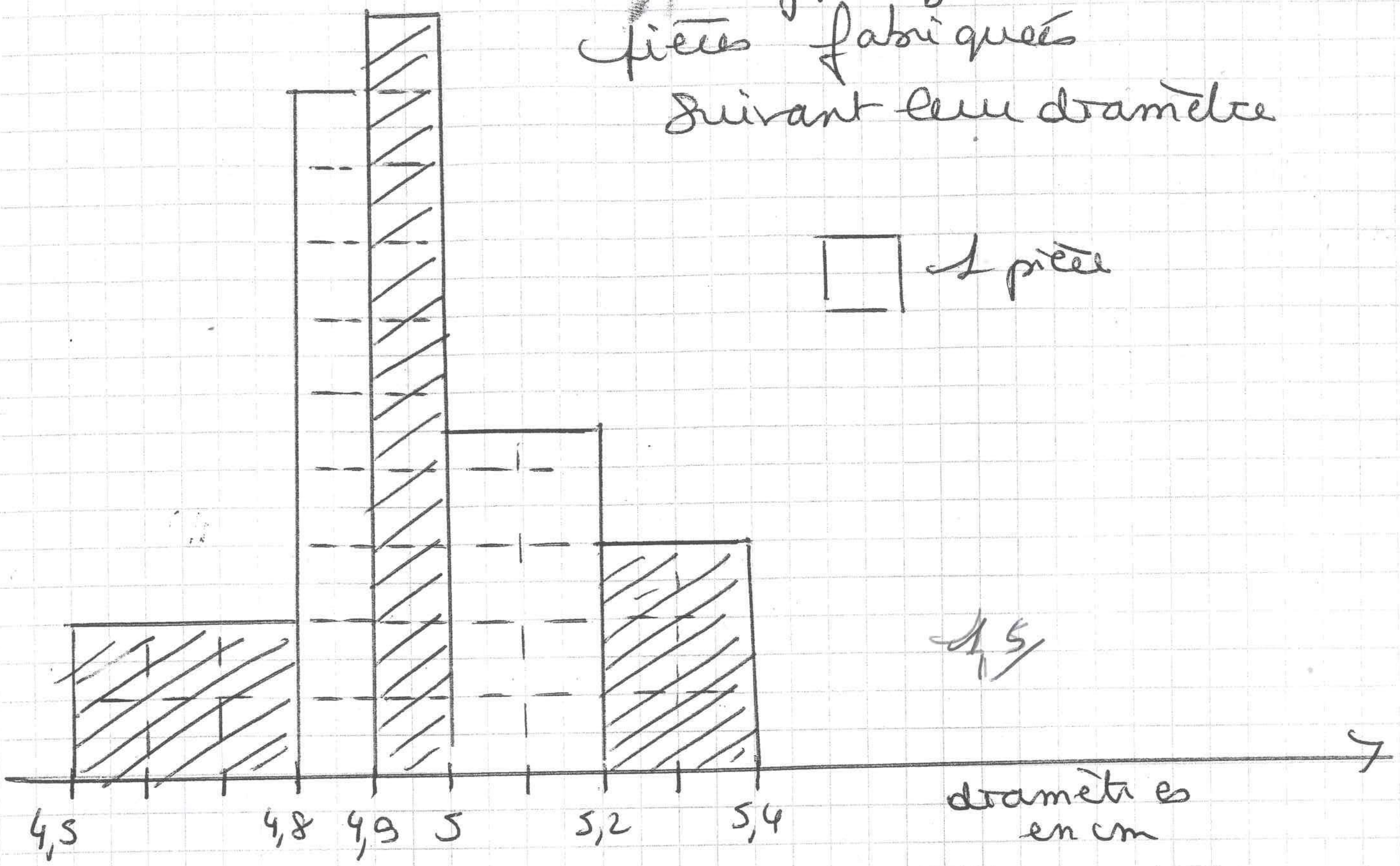
ⓒ cette fois on travaille avec le centre des classes

$\bar{x}' = \dfrac{4{,}65\times 6 + \dots + 5{,}3\times 6}{40} \simeq 4{,}99$ et $\sigma' \simeq 0{,}2$

1,5

La nouvelle moyenne est de 5 cm de diamètre et l'écart-type reste inchangé, 0,2 cm

Histogramme des effectifs des pièces fabriquées suivant leur diamètre



$[\overline{x}' - 2\sigma' ; \overline{x}' + 2\sigma'] = [4,6 ; 5,4]$ → si on rejette les pièces de diamètre $[4,5 ; 4,8[$ on a 34 pièces convenables soit 85%

$[\overline{x}' - \sigma' ; \overline{x}' + \sigma'] = [4,8 ; 5,2]$ → si on rejette les pièces de diamètre $[4,5 ; 4,8[$ et $[5,2 ; 5,4]$, on a 28 pièces qui conviennent soit 70%.

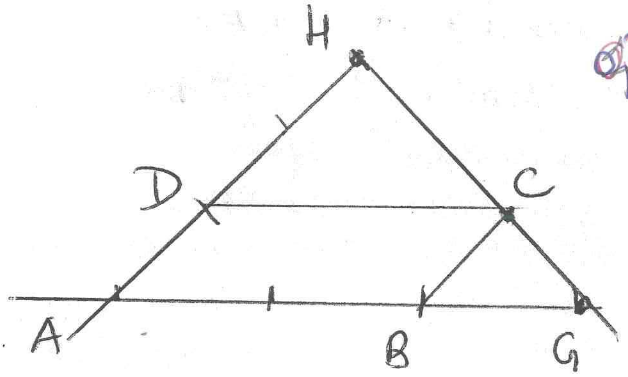
1,5

Dans ce cas la machine serait mal réglée.

Le calcul serait plus précis en comptant seulement une pièce qui ne convient pas (de 4,5 cm de diamètre) alors 39 pièces seraient valables soit 97,5% –

Ex2 : ABCD est un parallélogramme donc $\boxed{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$

0,75



Dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

0,75 $A(0;0)$; $B(1;0)$; $D(0;1)$; $C(1;1)$

$\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GB} \iff \begin{cases} -x_G = 3(1 - x_G) \\ -y_G = 3(-y_G) \end{cases}$

$\iff \begin{cases} -x_G = 3 - 3x_G \\ -y_G = -3y_G \end{cases} \iff \boxed{\begin{cases} x_G = 3/2 \\ y_G = 0 \end{cases}}$

$\boxed{G(3/2 ; 0)}$ 1

$\overrightarrow{AH} = 3\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{H(0;3)}$ 0,5

$\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix} -3/2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GC}\begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GH} = 3\overrightarrow{GC}$ les vecteurs sont colinéaires donc G, H et C sont alignés

1,5

ou $\begin{cases} \overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GB} \iff \overrightarrow{GA} = 3(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) \iff -2\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{AB} \\ \text{Chasles} \qquad \iff \boxed{\overrightarrow{AG} = 3/2\,\overrightarrow{AB}} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AH} = 3\overrightarrow{AD} \end{cases}$

donc $\begin{cases} \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AH} = -3/2\,\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} = -3/2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \\ \qquad = -1/2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{cases}$

On retrouve $\overrightarrow{GH} = 3\overrightarrow{GC}$

les vecteurs sont colinéaires

donc G, H et C sont alignés.

Ex 3 : $\mathcal{D}_m = \{ M(x;y) \,/\, 5mx + (-6m+7)y - m = 0 \}$
avec $m \in \mathbb{R}$

1) • si $5m = 0$ alors $m = 0$ et $-6m+7 = 7$ $\quad 7 \neq 0$
• si $-6m+7 = 0$ alors $m = 7/6$ et $5m = \frac{35}{6}$ $\quad \frac{35}{6} \neq 0$
les coefficients de « x » et « y » ne s'annulent pas en même temps donc $\mathcal{D}_m$ est une droite pour tout $m \in \mathbb{R}$ $\quad$ 1

2) $\mathcal{D}_2 : 10x - 5y - 2 = 0$
$\mathcal{D}_{-3} : -15x + 25y + 3 = 0$ $\quad$ 0,5

3) $10 \times 25 - (-5) \times (-15)$
$= 250 - 75$
$= 175$ $\quad 175 \neq 0$ donc $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_{-3}$ ne sont pas parallèles $\quad$ 0,5

$$\begin{cases} 10x - 5y - 2 = 0 & (L_1) \\ -15x + 25y + 3 = 0 & (L_2) \end{cases} \iff \begin{cases} 10x - 5y - 2 = 0 & \\ 35y = 0 & 3L_1 + 2L_2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = 1/5 \\ y = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_{-3}$ se coupent en $A(\frac{1}{5};0)$ $\quad$ 1

4) $5m \times \frac{1}{5} + 0 - m = m - m = 0$
donc $A(\frac{1}{5};0)$ est sur toutes les droites $\mathcal{D}_m$ $\quad$ 0,5 $\quad$ 1

5) $\mathcal{D}_m \parallel (Ox) \iff 5m = 0 \iff \boxed{m = 0}$. soit $\mathcal{D}_0 : 7y = 0$
ou $\mathcal{D}_0 : \boxed{y = 0}$ axe des abscisses

6) $\mathcal{D}_m \parallel (Oy) \iff -6m + 7 = 0 \iff \boxed{m = 7/6}$
soit $\mathcal{D}_{7/6} : \frac{35}{6}x - \frac{7}{6} = 0$ ou encore $\boxed{x = \frac{1}{5}}$ $\quad$ 1

7) $\mathcal{D}_m$ passe par $B(3;2) \iff 5m \times 3 + (-6m+7) \times 2 - m = 0$
$\iff 15m - 12m + 14 - m = 0$
$\iff 2m + 14 = 0$
$\iff \boxed{m = -7}$ $\quad$ 1

Soit $\mathcal{D}_{-7} : -35x + 49y + 7 = 0 \iff -5x + 7y + 1 = 0$
$\iff \boxed{y = \frac{5}{7}x - \frac{1}{7}}$