Correction du devoir n° 3 - 1S

Ex 1 : $E(X) = 1\times 0{,}16 + 2\times 0{,}15 + 3\times 0{,}2 + 4\times 0{,}25 + 5\times 0{,}18 + 10\times 0{,}06$

$= \boxed{3{,}56}$ 1

$V(X) = (1-3{,}56)^2\times 0{,}16 + (2-3{,}56)^2\times 0{,}15 + (3-3{,}56)^2\times 0{,}2$
$+ (4-3{,}56)^2\times 0{,}25 + (5-3{,}56)^2\times 0{,}18 + (10-3{,}56)^2\times 0{,}06$ 1
$= 4{,}3864$

0,5 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \simeq 2{,}1$ 4,5

0,5 $E(Y) = 1\times 0{,}03 + \dots + 10\times 0{,}04 = 3{,}55$

0,5 $\sigma(Y) \simeq 1{,}6$

1

On remarque que les espérances sont presque égales (environ 3,6 points en moyenne) mais l'écart-type pour le tireur B est inférieur. Donc le sélectionneur a intérêt de choisir le tireur B qui a un tir « plus sûr ».

Ex 2 :

%	A	$\bar{A}$	Total
B	4	5	9
$\bar{B}$	1	90	91
Total	5	95	100

1,5

$p(X=950) = p(\bar{A}\cap\bar{B}) = \frac{90}{100} = 0{,}9$

$p(X=1200) = p(A\cap B) = \frac{4}{100} = 0{,}04$

$p(X=1050) = p(A\cap\bar{B}) = \frac{1}{100} = 0{,}01$

donc $p(X=1100) = 1-(0{,}9+0{,}04+0{,}01) = 0{,}05$

1)

Valeurs possibles de X en € $\to x_i$	950	1050	1100	1200
$p(X=x_i)$	0,9	0,01	0,05	0,04

valeurs 0,5
→ 3 avec justif : tableau ou…

2) $E(X) = 950\times 0{,}9 + 1050\times 0{,}01 + 1100\times 0{,}05 + 1200\times 0{,}04$
$= 968{,}5$

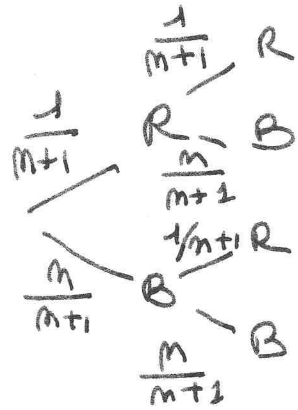
En moyenne le coût d'un objet (pour un grand nombre) est de 968,50 €. 1,5

3) a) $E(X) > 960$ (prix de vente) donc l'usine ne peut espérer réaliser des bénéfices si le prix de vente est de 960 €. 1

ⓑ $E(X)+100=1068{,}50$ 1

Pour avoir un bénéfice moyen de 100€ il faut que chaque objet soit vendu 1068,50 €.

Ex 3 : R : « la boule tirée est rouge »
B : « la boule tirée est blanche » 0,5



1) $p(M)=p(RR)+p(BB)$

$$=\frac{1}{n+1}\times\frac{1}{n+1}+\frac{n}{n+1}\times\frac{n}{n+1}=\frac{n^2+1}{(n+1)^2}$$

2 avec justif

$p(N)=p(RB)+p(BR)$

$$=\frac{1}{n+1}\times\frac{n}{n+1}+\frac{n}{n+1}\times\frac{1}{n+1}=\frac{2n}{(n+1)^2}$$

2) ⓐ

Valeurs de X : x_i	$-(n+1)^2$	$2(n+1)^2$
$P(X=x_i)$	$\frac{n^2+1}{(n+1)^2}$	$\frac{2n}{(n+1)^2}$

1

ⓑ $E(X)=-(n+1)^2\times\frac{n^2+1}{(n+1)^2}+2(n+1)^2\times\frac{2n}{(n+1)^2}$ 1

$$=-(n^2+1)+2\times 2n=\boxed{-n^2+4n-1}$$

ⓒ Le jeu est favorable au joueur si $E(X)>0$

Soit $f(x)=-x^2+4x-1$

$\Delta=12 \quad \sqrt{\Delta}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\begin{cases} x_1=\frac{-4+2\sqrt{3}}{-2}=2-\sqrt{3} \\ x_2=2+\sqrt{3}\end{cases}$

x	$-\infty$		$2-\sqrt{3}$		$2+\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(x)$ $a=-1$		$-$ signe de a	0	$+$ signe de $-a$	0	$-$ signe de a	

2

$2-\sqrt{3}\simeq 0{,}3$ et $2+\sqrt{3}\simeq 3{,}7$ Les entiers compris entre $(2-\sqrt{3})$ et $2+\sqrt{3}$ sont 1, 2 et 3

Donc le jeu est favorable au joueur s'il contient 1, 2 ou 3 boules blanches.

ⓓ $f'(x)=-2x+4=2(-x+2)$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

1,5

L'espérance des gains sera maximale si l'urne contient 2 boules blanches (gain de 3€ en moyenne)