Correction du devoir n°6 - 1S

Ex1 : 1) $f'(-4)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -4 ; la tangente est parallèle à l'axe des abscisses. 1

donc $\boxed{f'(-4)=0}$; $\boxed{f'(-5)=\frac{4}{3}}$; $\boxed{f'(-2)=-6}$; $\boxed{f'(4)=-\frac{3}{4}}$

0,5 0,5 0,5 0,5

2) $y=-6x+b$

or $A(-2;\frac{1}{2})$ est sur la tangente

donc $\frac{1}{2}=-6\times(-2)+b \iff \frac{1}{2}=12+b \iff b=\frac{1}{2}-12$

$\iff b=-\frac{23}{2}$ 1

$\boxed{y=-6x-\frac{23}{2}}$ équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -2.

3) tracé de T_7 0,5

4) $f'(x)>0 \iff f$ strictement croissante

$\boxed{S=]-\infty;-4[\cup]-1;2[}$ 1

Ex2 : $f(x)=x^2$ définie sur $\mathbb{R}$

$x\in\mathbb{R}$, $h\neq 0$

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=\frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2-\cancel{x^2}}{h}$$

$$=\frac{\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}}=2x+h$$

$\lim\limits_{h\to 0}(2x+h)=2x$ donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$

et $\boxed{f'(x)=2x}$

Ex3 : 1) $f(x) = \frac{2x^3}{3} + x^2 - 12x + 4$ définie dérivable sur $\mathbb{R}$

ⓐ $f'(x) = \frac{2}{3} \times 3x^2 + 2x - 12 = 2x^2 + 2x - 12$

1 $= \boxed{2(x^2+x-6)} = 2(x-2)(x+3)$

(2 est racine apparente)

ⓑ $2>0$ donc $f'(x)$ est du signe de x^2+x-6

$\Delta = 1 - 4\times(-6) = 25 \quad \sqrt{\Delta} = 5$

$\begin{cases} x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \end{cases}$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f'(x)$ / $a=1$		+ signe de a	0	− signe de −a	0	+ signe de a	
$f(x)$	$-\infty$	↗	31	↘	$-\frac{32}{3}$	↗	$+\infty$

1

1

ⓒ tangente à la courbe au point d'abscisse 1 ⟶ $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

1,5 $\begin{cases} f'(1) = 2\times(-4) = -8 \\ f(1) = \frac{2}{3} - 7 = -\frac{19}{3} \end{cases}$

$y = -8(x-1) - \frac{19}{3}$

$y = -8x + 8 - \frac{19}{3}$

$\boxed{y = -8x + \frac{5}{3}}$

2) $g(x) = 2x^2\sqrt{x}$

ⓐ g est définie sur $D_g = [0; +\infty[$ $\begin{cases} x \mapsto x^2 \text{ définie sur } \mathbb{R} \\ x \mapsto \sqrt{x} \text{ définie sur } [0; +\infty[\end{cases}$

,5 ⓑ g est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit de fonctions dérivables ($\underset{\text{sur } \mathbb{R}}{x \mapsto 2x^2}$ et $\underset{\text{sur }]0;+\infty[}{x \mapsto \sqrt{x}}$) sur $]0; +\infty[$

ⓒ $g = uv \quad g' = u'v + uv'$

2 $g'(x) = 4x\sqrt{x} + 2x^2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{4x\sqrt{x}\times 2\sqrt{x} + 2x^2}{2\sqrt{x}} = \frac{10x^2}{2\sqrt{x}} = \frac{5x^2}{\sqrt{x}}$

3) $h(x) = \frac{6-2x}{3x-6}$ définie sur $D_h = \mathbb{R}\setminus\{2\}$

ⓐ h est dérivable sur D_h comme quotient de

,5 fonctions dérivables sur D_h (avec $3x-6 \neq 0$)

ⓑ $h = \frac{u}{v} \quad h' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

2 $h'(x) = \frac{-2(3x-6) - (6-2x)\times 3}{(3x-6)^2} = \frac{12-18}{(3x-6)^2} = \frac{-6}{(3x-6)^2}$

ⓒ $\left.\begin{matrix} -6 < 0 \\ (3x-6)^2 > 0 \end{matrix}\right\}$ donc $h'(x) < 0$ alors

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$h(x)$	$-\frac{2}{3}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$-\frac{2}{3}$

9,75 + 9,75