Correction du devoir n° 2 - 1S

Ex 1 : 1) $\overrightarrow{AI} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AC} \iff 3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{AC}$

$\iff \vec{0} = 2\overrightarrow{AI} + 5\overrightarrow{IC}$

$-2+5=3 \quad 3 \neq 0$

$\iff \vec{0} = -2\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IC}$

Par définition, I Barycentre de $(A,-2),(C,5)$

$\overrightarrow{BJ} = \frac{5}{8}\overrightarrow{BC} \iff 8\overrightarrow{BJ} = 5\overrightarrow{BC}$

$\iff 3\overrightarrow{BJ} = 5\overrightarrow{JC}$

$\iff \vec{0} = 3\overrightarrow{JB} + 5\overrightarrow{JC}$

$3+5=8 \quad 8 \neq 0$

Par définition J Barycentre de $(B,3),(C,5)$

$\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB} \iff \vec{0} = 2\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{KB}$

$\iff \vec{0} = -2\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KB}$

$-2+3=1 \quad 1 \neq 0$

K Barycentre de $(A,-2),(B,3)$

2) ⓐ G Barycentre de $(A,-2),(B,3),(C,5)$
$(-2+3+5=6 \quad 6 \neq 0)$

I Barycentre de $(A,-2),(C,5)$

Par Associativité, G Barycentre de $(B,3),(I,3)$
alors G isobarycentre de B et I
c'est à dire G milieu de $[BI]$

ⓑ J Barycentre de $(B,3),(C,5)$
et K Barycentre de $(A,-2),(B,3)$
Par Associativité, on a aussi

G Barycentre de $(A,-2),(J,8)$ donc $G \in (AJ)$

G Barycentre de $(C,5),(K,1)$ donc $G \in (KC)$

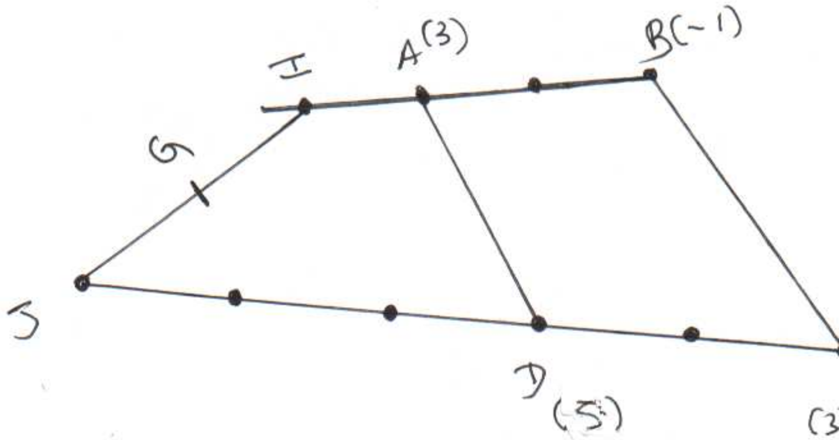
Alors (AJ), (KC) et (BI) se coupent en G

Ex2 : G Barycentre de $(A,3),(B,-1),(C,-3),(D,5)$
$3-1-3+5=4$
$4\neq 0$ donc G existe

Soit I Barycentre de $(A,3),(B,-1)$ $(3-1=2$ et $2\neq 0)$
et soit J Barycentre de $(C,-3),(D,5)$ $(-3+5=2$ et $2\neq 0)$
$\rightarrow$ I et J existent

Par Associativité, G Barycentre de $(I,2),(J,2)$
Alors G Isobarycentre de I et J
c'est à dire G milieu de $[IJ]$

on a $\begin{cases} \overrightarrow{AI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{CJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{CD} \end{cases}$



Ex 3 : $\Gamma_1 = \{ M / \| 2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} \| = \| 2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} \| \}$

$\Gamma_2 = \{ M / \| 2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} \| = 2 \| \vec{MB} + \vec{MC} \| \}$

1) ⓐ $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{MA} - (\vec{MI} + \vec{IB}) - (\vec{MI} + \vec{IC})$

$= 2\vec{MA} - 2\vec{MI} - \underbrace{(\vec{IB} + \vec{IC})}_{=\vec{0} \text{ car } I \text{ milieu de } [BC]}$

$= 2(\vec{MA} + \vec{IM}) = 2\,\vec{IA}$

ⓑ Soit G Barycentre de $(A,2), (B,1), (C,1)$

$2+1+1 = 4$ $4 \neq 0$ donc G existe

alors $2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 4\vec{MG}$

et $M \in \Gamma_1 \Leftrightarrow 4\,MG = 2\,IA$

$\Leftrightarrow \boxed{GM = \frac{1}{2}\,AI}$

Γ_1 est le cercle de centre G de rayon $\frac{1}{2}AI$ (la moitié de la hauteur issue de A).

2) $\vec{MB} + \vec{MC} = 2\,\vec{MI}$ car I milieu de $[BC]$

alors $M \in \Gamma_2 \Leftrightarrow 4\,MG = 2 \times 2\,MI = 4\,MI$

$\Leftrightarrow \boxed{MG = MI}$

M est équidistant de G et I

alors Γ_2 est la médiatrice de $[GI]$

pour construire G

G Barycentre de $(A,2), (I,2)$ par associativité

donc G milieu de $[AI]$

et $\frac{1}{2}AI = AG = GI$.

A et I $\in \Gamma_1$ tangent à $[BC]$ en I.