Correction du devoir M - 1ères

Ex1 0,5 1) 3 / 5 / 10 / 13 / 20 / 18 / 15 / 0 / 11 / 5

2) $\bar{x} = \dfrac{38,5\times 3 + 39,25\times 5 + \dots + 43,5\times 5}{100} = \dfrac{4104}{100} = 41,04$

1

3,25 $\bar{x} \simeq 41$ en moyenne un sachet d'épices a pour masse 41 g environ

3) $s \simeq 1,2$ écart-type 0,5

4) $\bar{x} \in [40,5 ; 41]$ et $s < 2$ 0,5

de plus $[\bar{x} - 2s ; \bar{x} + 2s] = [38,6 ; 43,4]$ 0,25

au maximum, il y aurait 8 sachets qui ne conviendraient pas (3 dans $[38 ; 39[$ et 5 dans $[43 ; 44[$) 0,75

soit 8% donc au moins 92% des sachets conviennent

La production est bonne 0,25

Ex2 1) $\boxed{B(-\sqrt{3} ; -1)}$ $OB^2 = 3 + 1 = 4$ donc $OB = 2$ 0,25

$\begin{cases} -\sqrt{3} = 2\cos\theta \\ -1 = 2\sin\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ 0,75 $\theta = (\vec{i}, \overrightarrow{OB}) + 2k\pi$ $\boxed{B\left(2 ; \dfrac{-5\pi}{6}\right)}$

$\theta = -\dfrac{5\pi}{6}$ mesure principale 0,25

$\boxed{A\left(2 ; \frac{\pi}{6}\right)}$ $OA = OB$ et $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}) = (\overrightarrow{OB}, \vec{i}) + (\vec{i}, \overrightarrow{OA}) + 2k\pi$

$= 5\pi/6 + \pi/6 + 2k\pi$

$= \pi + 2k\pi$

O, A, B alignés

1 Alors O milieu de $[AB]$

2) $\boxed{C(2 ; 0)}$ I milieu de $[BC]$ donc $\boxed{I\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{1}{2}\right)}$ 0,5

(coordonnées cartésiennes et polaires)

3) OBC isocèle en O car $OB = OC = 2$ 0,5

donc (OI) bissectrice de $\widehat{BOC} = \dfrac{5\pi}{6}$ alors $\boxed{(\vec{i}, \overrightarrow{OI}) = -\dfrac{5\pi}{12}}$

1

4) $OI^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = 1 - \sqrt{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 2 - \sqrt{3}$ 0,5

donc $\boxed{I\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} ; -\frac{5\pi}{12}\right)}$ 0,5

$1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2 - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{2-\sqrt{3}}\cos\left(\dfrac{-5\pi}{12}\right) \Leftrightarrow \boxed{\cos\left(\dfrac{-5\pi}{12}\right) = \dfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

$-\dfrac{1}{2} = \sqrt{2-\sqrt{3}}\sin\left(\dfrac{-5\pi}{12}\right) \Leftrightarrow \sin\left(-\dfrac{5\pi}{12}\right) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{(2-\sqrt{3})} = \boxed{-\dfrac{1}{2}(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

0,5

Ex3 1) $\cos a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ avec $a \in [0; \pi/2[$ donc $2a \in [0; \pi[$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 2\left(\frac{8+2\sqrt{12}}{16}\right) - 1 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2,5

donc $2a = \pi/6$ et $\boxed{a = \pi/12}$

2) $\sqrt{3} + 2\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$ avec $x \in [0; 2\pi[$

$\Leftrightarrow \sin(x - \pi/4) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0 \leq x < 2\pi$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin X = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ X = x - \pi/4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -\pi/4 \leq x - \pi/4 < 7\pi/4$

$\Leftrightarrow -\pi/4 \leq X < +7\pi/4$

$\Leftrightarrow X = \frac{4\pi}{3}$ ou $X = \frac{5\pi}{3}$ et $X = x - \pi/4$

3

$\Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + \pi/4 = \frac{19\pi}{12}$ ou $x = \frac{5\pi}{3} + \pi/4 = \frac{23\pi}{12}$

$\boxed{S = \left\{\frac{19\pi}{12}; \frac{23\pi}{12}\right\}}$

3) $A(x) = 1 + \cos 2x + \cos x$

$= 1 + 2\cos^2 x - 1 + \cos x$

$= 2\cos^2 x + \cos x$

$= \cos x\,(2\cos x + 1)$

1

sur $]-\pi; \pi]$

$A(x) = 0$

1,5

$\Leftrightarrow \cos x = 0$ ou $\cos x = -\frac{1}{2}$

$\boxed{S = \left\{-\frac{2\pi}{3}; -\pi/2; \pi/2; \frac{2\pi}{3}\right\}}$

4) $x \neq \frac{k\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ donc $\sin x \neq 0$ et $\cos x \neq 0$

$\begin{cases} \sin 3x = \sin(x + 2x) = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x \\ \cos 3x = \cos(x + 2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x \end{cases}$

donc $\boxed{\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}} = \cancel{\cos 2x} + \frac{\cos x \sin 2x}{\sin x}$

$- \cancel{\cos 2x} + \frac{\sin x \sin 2x}{\cos x}$

$= \frac{2\cos x \cos x \cancel{\sin x}}{\cancel{\sin x}} + \frac{2\sin x \cancel{\cos x} \sin x}{\cancel{\cos x}}$

3

$= 2\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2$