Correction du devoir n° 1 – 1S – 21/09/10

Ex 1 : 1) $3\vec{GA} + 2\vec{GB} = \vec{0}$

$\iff 3\vec{GA} + 2(\vec{GA} + \vec{AB}) = \vec{0}$

$\iff 5\vec{GA} + 2\vec{AB} = \vec{0}$

$\iff \boxed{\vec{AG} = \frac{2}{5}\vec{AB}}$

G est parfaitement déterminé et de façon unique

2) pour $k \neq 0$ $\quad 3\vec{GA} + 2\vec{GB} = \vec{0}$

$\iff k \times (3\vec{GA} + 2\vec{GB}) = \vec{0}$

$\iff 3k\,\vec{GA} + 2k\,\vec{GB} = \vec{0}$

$3k + 2k = 5k$

$k \neq 0$ donc $5k \neq 0$

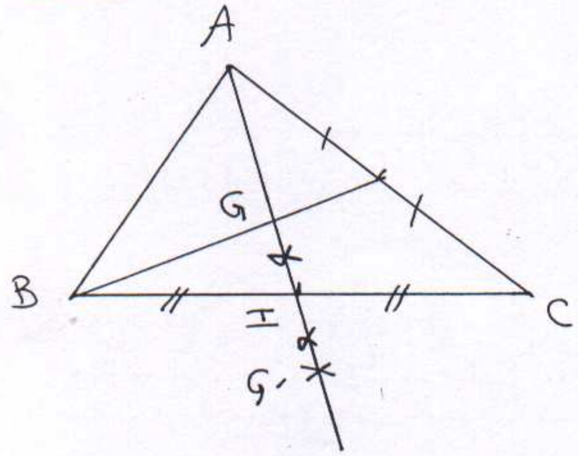
alors G Barycentre de $(A, 3k), (B, 2k)$

3) M un point quelconque

$3\vec{MA} + 2\vec{MB} = 3(\vec{MG} + \vec{GA}) + 2(\vec{MG} + \vec{GB})$

$= 5\vec{MG} + \underbrace{3\vec{GA} + 2\vec{GB}}_{\vec{0}} = \boxed{5\vec{MG}}$

Ex 2 :



1) • G centre de gravité du triangle ABC

• I milieu de [BC] donc (AI) est la médiane issue de A

Alors $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AI} = 2\vec{GI}$

G' symétrique de G par rapport à I $\iff$ I milieu de [G'G]

donc $\vec{GI} = \vec{IG'} = \frac{1}{2}\vec{GG'}$

Donc $\vec{AG} = 2 \times \vec{GI} = 2 \times \frac{1}{2}\vec{GG'} = \vec{GG'}$

c'est à dire G milieu de [AG']

2) $\vec{G'B} + \vec{G'C} = (\vec{G'I} + \vec{IB}) + (\vec{G'I} + \vec{IC})$

$= 2\vec{G'I} + \underbrace{(\vec{IB} + \vec{IC})}_{\vec{0}}$ car I milieu de [BC]

$= \vec{G'G}$ car I milieu de [G'G]

3) $\vec{G'A} = \vec{G'G} + \vec{GA} = \vec{G'G} + \vec{G'G} = 2\vec{G'G}$

donc $\vec{G'A} = 2\vec{G'B} + 2\vec{G'C}$

c'est à dire $\boxed{-\vec{G'A} + 2\vec{G'B} + 2\vec{G'C} = \vec{0}}$

$-1+2+2=3$ et $3 \neq 0$ donc G' est le barycentre de $(A,-1), (B,2), (C,2)$

Ex 3 : 1) $\vec{BI} = \frac{3}{2}\vec{BC}$

$\Leftrightarrow 2\vec{BI} = 3\vec{BC}$

$\Leftrightarrow \vec{0} = \vec{BI} + 3\vec{IC}$

$\Leftrightarrow \vec{0} = -\vec{IB} + 3\vec{IC}$

$-1+3=2$, $2 \neq 0$ donc I Barycentre de $(B,-1), (C,3)$

$\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AI}$

$\Leftrightarrow 3\vec{AG} = \vec{AI}$

$\Leftrightarrow 2\vec{AG} = \vec{GI}$

$\Leftrightarrow \vec{0} = 2\vec{GA} + \vec{GI}$

$2+1=3$, $3 \neq 0$ donc G Barycentre de $(A,2), (I,1)$

2) Soit G' barycentre de $(A,4), (B,-1), (C,3)$

$4-1+3=6$, $6 \neq 0$ donc G' existe

I Barycentre de $(B,-1), (C,3)$

Par Associativité, G' Barycentre de $(A,4), (I,2)$

Par Homogénéité, G' Barycentre de $(A,2), (I,1)$

G et G' confondus

donc G Barycentre de $(A,4), (B,-1), (C,3)$

Ex 4 : $\Gamma = \{ M / \| -2\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC} \| = 6 \}$

1) Soit G Barycentre de $(A,-2)$, $(B,1)$, $(C,3)$

$\left(-2+1+3 = 2 \atop 2 \neq 0 \right)$ $\boxed{-2\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC} = 2\vec{MG}}$

2) $\boxed{M \in \Gamma} \iff \| -2\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC} \| = 6$

$\iff \| 2\vec{MG} \| = 6$

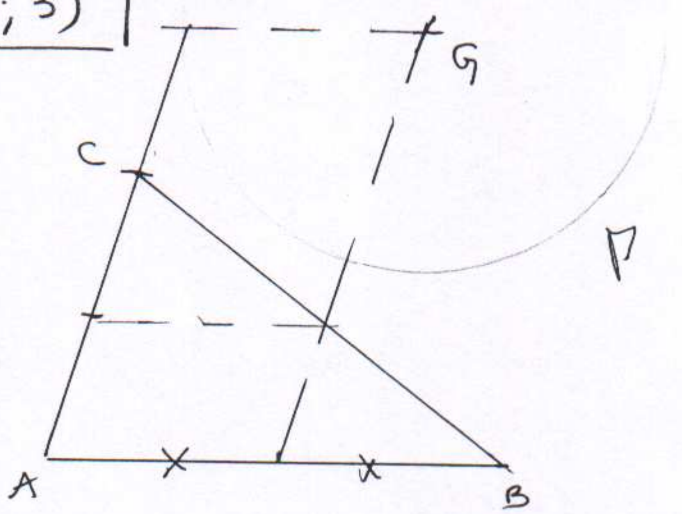
$\iff 2MG = 6 \iff GM = 3$

3) $GM = 3 \iff$ M est sur le cercle de centre G de rayon 3

donc $\boxed{\Gamma = \mathcal{C}(G;3)}$

Pour placer G :

$\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$



Ex 5 : Dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$ $\begin{cases} A(0;0) \\ B(1;0) \\ C(0;1) \end{cases}$

1) I milieu de $[BC]$ donc $\boxed{I(1/2; 1/2)}$

$\vec{AJ} = \frac{1}{4}\vec{AB}$ donc $\boxed{J(\frac{1}{4}; 0)}$

$\vec{BK} = \frac{3}{2}\vec{AC} \iff \vec{BA} + \vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{AC} \iff \vec{AK} = \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$

donc $\boxed{K(1; 3/2)}$

2) $\vec{JI}\begin{pmatrix} 1/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ $\vec{JK}\begin{pmatrix} 3/4 \\ 3/2 \end{pmatrix}$ $\vec{JK} = 3\vec{JI}$

Les vecteurs $\vec{JK}$ et $\vec{JI}$ sont colinéaires

donc I, J, K sont alignés.