

Devoir de mathématiques n° 6 - 1èreS

26 janvier 2010 - 2H

Exercice 1

(3 points)

- Montrer avec la définition, que la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{1}{x-2}$, est dérivable pour tout $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$; déterminer $f'(a)$.
- Calculer sans calculatrice une valeur approchée de $\frac{1}{2,0002}$ (penser à une approximation affine).

Exercice 2

(3,5 points)

Pour chaque fonction, donner son ensemble de définition, ainsi que l'ensemble sur lequel elle est dérivable. Déterminer alors sa fonction dérivée ainsi que son signe.

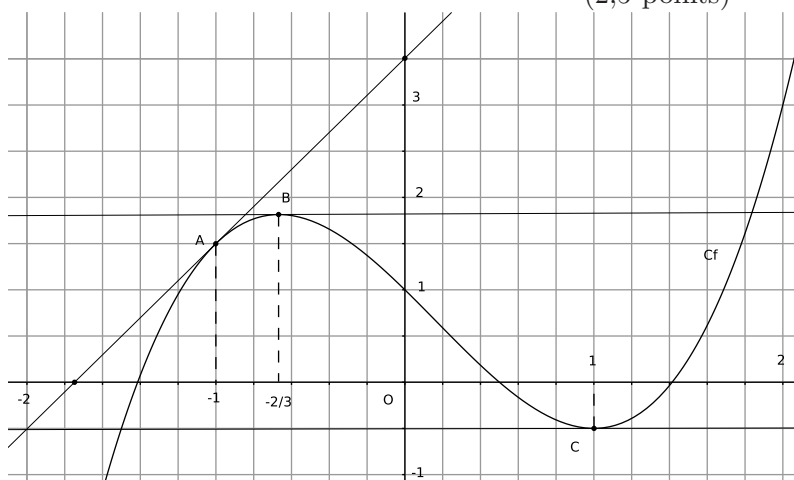
- $f(x) = 2x^2 - 1 - \frac{3}{x^2}$
- $f(x) = 3\sqrt{x}(1 - 2x)$

Exercice 3

(2,5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont la courbe \mathcal{C}_f est donnée ci-contre. On a tracé les tangentes à la courbe aux points A , B et C de la courbe.

- Déterminer graphiquement $f(1)$ et $f'(1)$.
- Déterminer graphiquement $f(-1)$ et $f'(-1)$.
- Résoudre graphiquement $f'(x) < 0$.
(justifier toutes les réponses)



Exercice 4

(11 points)

On considère les fonctions f et g définies respectivement sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 5}{x - 1} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 5$$

On note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g , les courbes représentatives de f et de g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A - Etude de la fonction f

- Etudier les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- Ecrire $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{x-1}$; en déduire que \mathcal{C}_f admet une asymptote oblique (d) .
Préciser la position relative de \mathcal{C}_f et de (d) .
- Montrer que \mathcal{C}_f admet un centre de symétrie I dont on précisera les coordonnées.
- Calculer f' la dérivée de f , puis dresser le tableau de variations de f .

Partie B - Etude de la fonction g

- Etudier les limites de g aux bornes de son domaine de définition.
- Calculer g' la dérivée de g , puis dresser le tableau de variations de g .

Partie C - Tangentes aux courbes

- Ecrire l'équation de la tangente T_A à \mathcal{C}_f au point A de la courbe d'abscisse $1/2$.
- Montrer que \mathcal{C}_g admet des tangentes parallèles à T_A en un ou plusieurs points dont on précisera les coordonnées.