

Devoir de mathématiques n° 4 - 1èreS

26 nov 2009 - 1H

Exercice 1

(2.5 points)

Calculer $f \circ g(x)$ et $g \circ f(x)$ en précisant pour chacune des deux fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$ le domaine sur lequel elle est définie.

1. $f(x) = 2 - x$ et $g(x) = \frac{2}{x}$
2. $f(x) = x - 2$ et $g(x) = \sqrt{x}$

Exercice 2

(6.5 points)

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 - 4x - 3 \quad \text{et} \quad g(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$$

1. Ecrire $f(x)$ sous la forme $(x - a)^2 + b$; en déduire que \mathcal{C}_f , la courbe représentative de f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, est l'image de la parabole \mathcal{P} d'équation $y = x^2$ par une translation dont on précisera le vecteur.
2. Montrer que 4 est racine de $x^3 - 6x^2 + 7x + 4$.
3. En déduire la factorisation de $x^3 - 6x^2 + 7x + 4$.
4. Résoudre $f(x) \geq g(x)$ et interpréter graphiquement.

Exercice 3

(6 points)

Soit $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

1. Déterminer les réels a et b tels que : $f(x) = a + \frac{b}{x + 2}$.
2. En écrivant f comme composée de fonctions de référence, trouver le sens de variation de f .
3. Montrer que f est majorée par 2 sur $] - 2; +\infty[$.
4. Montrer que \mathcal{C}_f , la courbe représentative de f admet un centre de symétrie I dont on précisera les coordonnées.

Exercice 4

(5 points)

1. Calculer $(x - 1)^2$ puis $(x - 1)^4$.
2. Développer et simplifier $(x - 1)^4 - (x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1)$.
3. En déduire une factorisation de $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1$.
4. Résoudre $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.
5. Calculer $(2 + \sqrt{3})^4 - 4(2 + \sqrt{3})^3 + 2(2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + 1$.