

# Devoir de mathématiques n° 9 - 1èreES

27 mai 2013 - 1h

## Exercice 1

(3 points)

1. La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique avec  $u_5 = 2$  et  $u_{10} = -18$  : calculer sa raison  $r$  et calculer  $u_{22}$ .
2. La suite  $(v_n)$  est une suite géométrique avec  $v_5 = 1$  et  $v_{10} = 32$  : calculer sa raison  $q$  et calculer  $v_{12}$ .

## Exercice 2

(4 points)

Etudier le sens de variation des suites ci-dessous :

1.  $u_n = 5n + 3$  ( $n \in \mathbb{N}$ )
2.  $v_n = \frac{2n}{n+1}$  ( $n \in \mathbb{N}$ )
3.  $\begin{cases} w_0 = -2 \\ w_{n+1} = w_n - n^2 \end{cases}$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

## Exercice 3

6 points

On souhaite comparer deux placements :

- placement A : dépôt initial de 500 € et un versement mensuel de 10 € ;
- placement B : dépôt initial de 400 € et un versement mensuel de 5 % du capital placé.

On note  $a_n$  le capital en euros, obtenu par le placement A, et on note  $b_n$  le capital en euros, obtenu par le placement B, après  $n$  mois de versement.

Ainsi  $a_0 = 500$  et  $b_0 = 400$ .

1. (a) Calculer  $a_1$  et  $a_2$ .  
(b) Exprimer  $a_{n+1}$  en fonction de  $a_n$  ; quelle est la nature de la suite  $(a_n)$  ?  
(c) En déduire l'expression de  $a_n$  en fonction de  $n$ .  
(d) Calculer  $a_7$  et interpréter le résultat.
2. (a) Calculer  $b_1$  et  $b_2$ .  
(b) Exprimer  $b_{n+1}$  en fonction de  $b_n$  ; quelle est la nature de la suite  $(b_n)$  ?  
(c) En déduire l'expression de  $b_n$  en fonction de  $n$ .  
(d) Calculer  $b_7$  et interpréter le résultat. (arrondir au centime d'euro)
3. Déterminer au bout de combien de mois le capital  $b_n$  devient supérieur au capital  $a_n$ .

## Exercice 4

7 points

Le 1er janvier 2012, une grande entreprise compte 1500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10 % de l'effectif de l'entreprise partira à la retraite au cours de l'année.

Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Pour tout entier naturel  $n$ , on appelle  $u_n$  le nombre d'employés de l'entreprise le 1er janvier de l'année  $(2012 + n)$  ;  $u_0 = 1500$ .

1. (a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .  
(b) La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? géométrique ? (justifier par un calcul)  
(c) Expliquer pourquoi on a :  $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$  pour tout entier naturel  $n$ .
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $v_n = u_n - 1000$ .  
(a) Calculer  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .  
(b) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique.  
(c) Exprimer alors  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
(d) En déduire que  $u_n = 500 \times (0,9)^n + 1000$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
3. On admet que  $(u_n)$  est une suite décroissante.  
Au 1er janvier 2012, l'entreprise compte un sureffectif de 300 employés.  
A partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera-t-elle plus en sureffectif ?