

# Devoir de mathématiques n° 8 - 1èreES

29 avril 2013 - 1h

## Exercice 1

(6 points)

Dans un salon de coiffure pour femmes, le coloriste propose aux clientes qui viennent pour une coupe, deux prestations supplémentaires :

- une coloration naturelle à base de plantes qu'il appelle « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, qu'il appelle « effet coup de soleil ».

Ce coloriste a fait le bilan suivant sur ces prestations :

- 40% des clientes demandent une « couleur-soin ».
- parmi celles qui n'en veulent pas, 30% des clientes demandent un « effet coup de soleil ».
- de plus, 24% des clientes demandent les deux à la fois.

On considère une de ces clientes.

On notera  $C$  l'événement « la cliente souhaite une "couleur-soin" ».

On notera  $M$  l'événement « la cliente souhaite un "effet coup de soleil" ».

1. Compléter le tableau suivant en pourcentages :

	$C$	$\bar{C}$	Total
$M$			
$\bar{M}$			
Total			100

2. Donner la probabilité que la cliente ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Vérifier que la probabilité de l'événement  $M$  est égale à 0,42.
4. Une « couleur-soin » coûte 35 euros et un « effet coup de soleil » coûte 40 euros.

Soit  $G$  la variable aléatoire du gain en euros du coloriste.

- (a) Dresser la loi de probabilité de la variable  $G$ .
- (b) Donner l'espérance de cette loi. Interpréter le nombre obtenu.
- (c) *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Combien le coloriste doit-il facturer la réalisation d'un « effet coup de soleil » pour que l'espérance de gain par client augmente de 15% ?

## Exercice 2

(8 points)

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.

Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise,

- 30 % de ces touristes ont utilisé l'avion,
- 50 % ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche,
- et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.

Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine, parmi ceux qui ont choisi le train, 60 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine, et parmi ceux qui ont utilisé le bateau 20 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.

On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête.

On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.

On note :

- $A$  l'événement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- $T$  l'événement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- $B$  l'événement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- $S$  l'événement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.
2. (a) Exprimer à l'aide d'une phrase l'événement  $A \cap S$ .  
(b) Déterminer les probabilités  $p(A \cap S)$  et  $p(T \cap S)$ . (on pourra utiliser un arbre pondéré).
3. Montrer que  $P(S) = 0,40$ .
4. On interroge au hasard 3 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante. On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise.  
(a) Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes se trouve un seul touriste étant resté en Angleterre plus d'une semaine.  
(b) Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes, au moins l'un d'entre eux soit resté en Angleterre plus d'une semaine.

## Exercice 3

(6 points)

Dans un grand établissement scolaire, 20% des élèves possèdent un smartphone.

On rencontre, au hasard, un groupe de 10 élèves.

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre d'élèves qui possèdent un smartphone. (On arrondira les résultats au millième si nécessaire.)

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par  $X$  ?
2. Déterminer la probabilité que les 10 élèves possèdent un smartphone.
3. Déterminer la probabilité que deux élèves exactement possèdent un smartphone.
4. Calculer  $p(X \geq 3)$  et interpréter.
5. Sur dix élèves choisis au hasard, quel est le nombre moyen d'élèves possédant un portable ?

remarque : le nombre d'élèves interrogés étant petit par rapport au nombre d'élèves de l'établissement, on peut assimiler la situation à 10 tirages avec remise dans l'ensemble des élèves.