

Devoir de mathématiques n° 7 - 1èreES

20 mars 2013 - 1h

Exercice 1

(11,5 points)

Une entreprise produit des appareils électroménagers.

Le coût horaire de production de x appareils est donné en euros par :

$$C(x) = x^2 + 50x + 100 \quad \text{pour } 5 \leq x \leq 40$$

1. L'entreprise vend chaque appareil 100 euros.

(a) Justifier que le bénéfice horaire réalisé par la fabrication et la vente de x appareils est :

$$B(x) = -x^2 + 50x - 100 \quad \text{pour } x \in [5; 40]$$

(b) Calculer $B'(x)$ et étudier son signe ; en déduire le tableau de variations de B sur $[5; 40]$.

(c) Quel est le nombre d'appareils à produire pour que le bénéfice horaire de l'entreprise soit maximal ?

2. Le coût moyen de production d'un objet est donné par :

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x} \quad \text{pour } x \in [5; 40]$$

(a) Justifier par un calcul que $C_M(x) = x + 50 + \frac{100}{x}$

(b) Calculer $C'_M(x)$ et vérifier que $C'_M(x) = \frac{x^2 - 100}{x^2}$

(c) Etudier le signe de $C'_M(x)$ et dresser le tableau de variations de C_M sur $[5; 40]$.

(d) Pour quelle valeur de x , le coût moyen est-il minimal ?

3. Le bénéfice est-il maximal quand le coût moyen est minimal ?

Exercice 2

(8,5 points)

Soit la fonction f définie $[-4; 4]$ par $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .

3. Donner l'équation de la droite (T) , tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.

4. Tracer dans le repère ci-dessous la courbe \mathcal{C}_f ainsi que ses tangentes.

