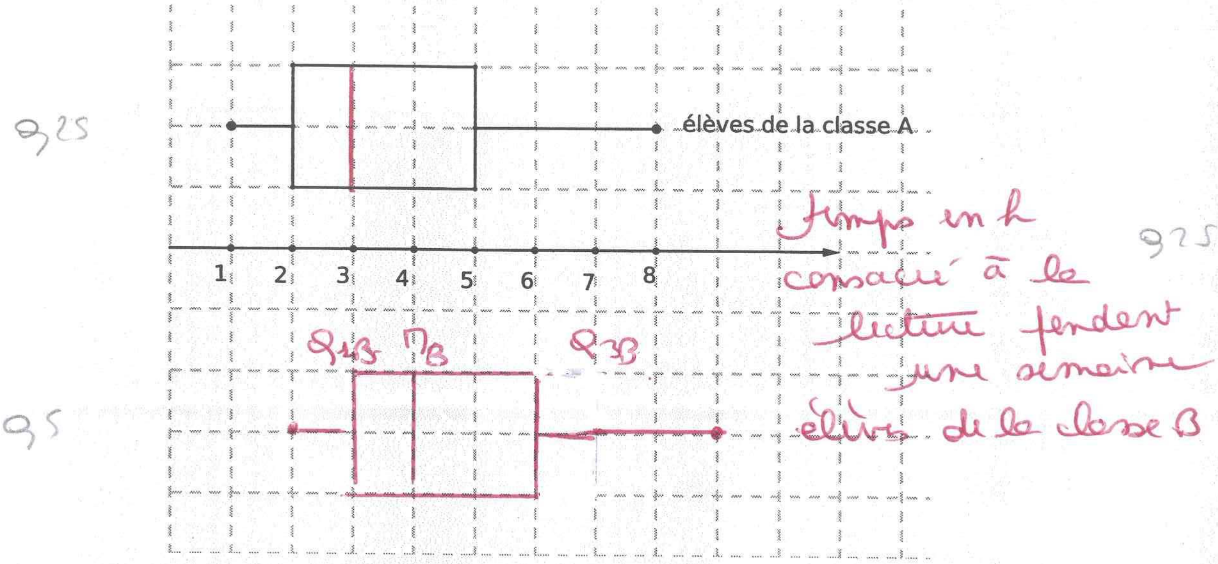
Devoir de mathématiques n^o 3 - 1èreES

28 novembre 2012 - 1h

Exercice 1

(7 pts)

On a demandé à 35 élèves d'une classe A de première, le temps, en heures, consacré à la lecture pendant une semaine. Les résultats sont consignés dans le diagramme en boîte ci-desous :



1. (a) Pour cette classe, le temps médian est de 3 heures : compléter le diagramme en boîte.
   (b) Calculer l'étendue et l'écart interquartile.
   (c) Pourquoi peut-on affirmer qu'au moins 27 élèves de ce groupe lisent 5 heures par semaine ou moins ?
2. On pose la même question à une autre classe B de première de 25 élèves. Les résultats sont donnés ci-dessous :

Heures de lecture	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	3	5	5	5	3	2	1	1
Effectifs cumulés croissants	3	8	13	18	21	23	24	25

   Construire le diagramme en boîte correspondant à cette classse B (sur le même graphique).
   Pour cela, on calculera en justifiant soigneusement le premier quartile Q_{1B},
   puis la médiane M_B et le troisième quartile Q_{3B} plus brièvement.
3. Comparer les classes A et B.

Exercice 2

(9 pts)

La répartition des salaires mensuels bruts, exprimés en milliers d'euros, dans une petite entreprise est indiquée dans le tableau ci-dessous :

Salaire	$[1;1,5[$	$[1,5;2[$	$[2;2,5[$	$[2,5;3[$	$[3;3,5[$	$[3,5;4]$
Effectif	11	14	4	3	11	7
Effectifs cumulés croissants	11	25	29	32	43	50

1. Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants.
2. Lire graphiquement le salaire médian et le troisième quartile Med et Q_3.
   Donner la classe dans laquelle se trouve le 1er quartile, puis calculer Q_1 par interpolation linéaire. Q_1 Arrondi à la centaine d'€
3. Calculer le salaire moyen $\overline{x}$ et l'écart-type s de la série (donner les formules). s arrondi à la centaine d'€
4. Quels sont les meilleurs indicateurs pour étudier cette série :

   (médiane ;écart interquartile) ou (moyenne ;écart-type) ?

Exercice 3

(4 pts)

La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donnéles résultats suivants :

Masse en g	300	303	307	308	309	310	311	312	313	314	315	317	318	319
Effectif	1	1	1	3	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1

Un lot est accepté si les trois conditions sont remplies :
- le poids moyen m d'une barquette est de 310 g à 1 g près ;
- l'écart type s des poids est inférieur à 5 g ;
- 80 % au moins des poids sont dans l'intervalle $[m-s;m+s]$.

Qu'en est-il de ce lot ?

Correction du devoir n°3 - 1ES

Ex 1 : 1) ⓐ diagramme

(8) 0,5 unités

ⓑ • $8-1=7$ { L'étendue est de $7h$ 0,25

• $5-2=3$ { L'écart interquartile est de $3h$ 0,5

ⓒ $Q_3 = 5h$ c'est la plus petite valeur du caractère telle qu'au moins 75% des valeurs
1,5 lui soient inférieures ou égales

or $\frac{75}{100} \times 35 = \frac{3}{4} \times 35 = 26{,}25$ donc au moins 27 élèves de la classe A lisent 5h ou moins par semaine.

2) L'effectif total est 25 (impair) $25 : 2 = 12{,}5$
0,75 La médiane est la 13ème valeur $\boxed{M_B = 4h}$

Q_{1A} est la plus petite valeur du caractère telle
1 qu'au moins 25% des valeurs lui soient inférieures ou égales

$25 : 4 = 6{,}25$ Q_{1A} est la 7ème valeur $\boxed{Q_{1B} = 3h}$ 0,75

$3 \times 25 : 4 = 18{,}75$ Q_{3A} est la 19ème valeur $\boxed{Q_{3B} = 6h}$ 0,75

3) $M_A = 3h$ et $M_B = 4h$ Les étendues des 2 séries
$Q_{3A} - Q_{1A} = 3h$ et $Q_{3B} - Q_{1B} = h$ sont les mêmes, de 7h.

1 Les élèves de la classe B lisent plus que ceux de la classe A. Même dispersion pour les deux séries

---

Ex 2 : 1) graphique 2

2) On lit $\underline{Med \approx 2000 €}$ et $Q_3 \approx 3200 €$ 1 × 2 tracés

(10) Q_1 correspond à un effectif cumulé croissant de 12,5 $(50 : 4 = 12{,}5)$ donc $\underline{Q_1 \in [1{,}5\,;2[}$ 0,5

$M_1(Q_1 ; 12{,}5) \in [AB]$ avec $A(1{,}5 ; 11)$ et $B(2 ; 25)$

donc $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_{M_1} - y_A}{x_{M_1} - x_A} \iff \frac{25-11}{2-1{,}5} = \frac{12{,}5-11}{Q_1 - 1{,}5}$

$\iff \frac{14}{0{,}5} = \frac{1{,}5}{Q_1 - 1{,}5} \iff 28 = \frac{1{,}5}{Q_1 - 1{,}5}$ 1,5

$\iff Q_1 - 1{,}5 = \frac{1{,}5}{28}$

$\iff Q_1 = \frac{1{,}5}{28} + 1{,}5 \approx 1{,}6$

$\boxed{Q_1 \approx 1600 €}$

3) Pour calculer la moyenne, on travaille avec le centre des classes

1 $\bar{x} = \dfrac{1,25\times 11 + 1,75\times 14 + \dots + 3,75\times 7}{50} = \dfrac{117,5}{50} = 2,35$

$V = \dfrac{(1,25-2,35)^2\times 11 + (1,75-2,35)^2\times 14 + \dots + (3,75-2,35)^2\times 7}{50} = 0,83$

1,5

1 $s = \sqrt{V} \approx 0,9$ Le salaire mensuel brut moyen est de 2350 € avec un écart-type de 900 € environ

0,5

4) $\begin{cases} Q_3 - Q_1 = 3200 - 1600 = 1600 \text{ €} \\ \text{Med} = 2000 \text{ €} \end{cases}$ $\begin{cases} s = 900 \text{ €} \\ \bar{x} = 2350 \text{ €} \end{cases}$

1,5 Le couple (médiane ; interquartile) permet une étude plus précise de la série : environ 50% des employés ont un salaire compris entre 1600 et 3200 €
et $\begin{cases} 25\% \text{ entre } 1600 \text{ et } 2000 \text{ € (peu étendue)} \\ 25\% \text{ entre } 2000 \text{ et } 3200 \text{ € (étendue de 1200 € !)} \end{cases}$

L'étude $(\bar{x} ; s)$ devrait être complétée par la recherche du % des employés dont les salaires $\in [\bar{x}-s ; \bar{x}+s]$

Ex 3 : • $m = \dfrac{300\times 1 + 303\times 1 + \dots + 318\times 1 + 319\times 1}{20} = \dfrac{6213}{20} = 310,65$

1 donc $\boxed{m \approx 311\text{ g}}$ le poids moyen d'une baguette est bien de 310 g à 1 g près.

4

• $V = \dfrac{300^2 + 302^2 + 307^2 + \dots + 318^2 + 319^2}{20} - (310,65)^2 = 20,7275$

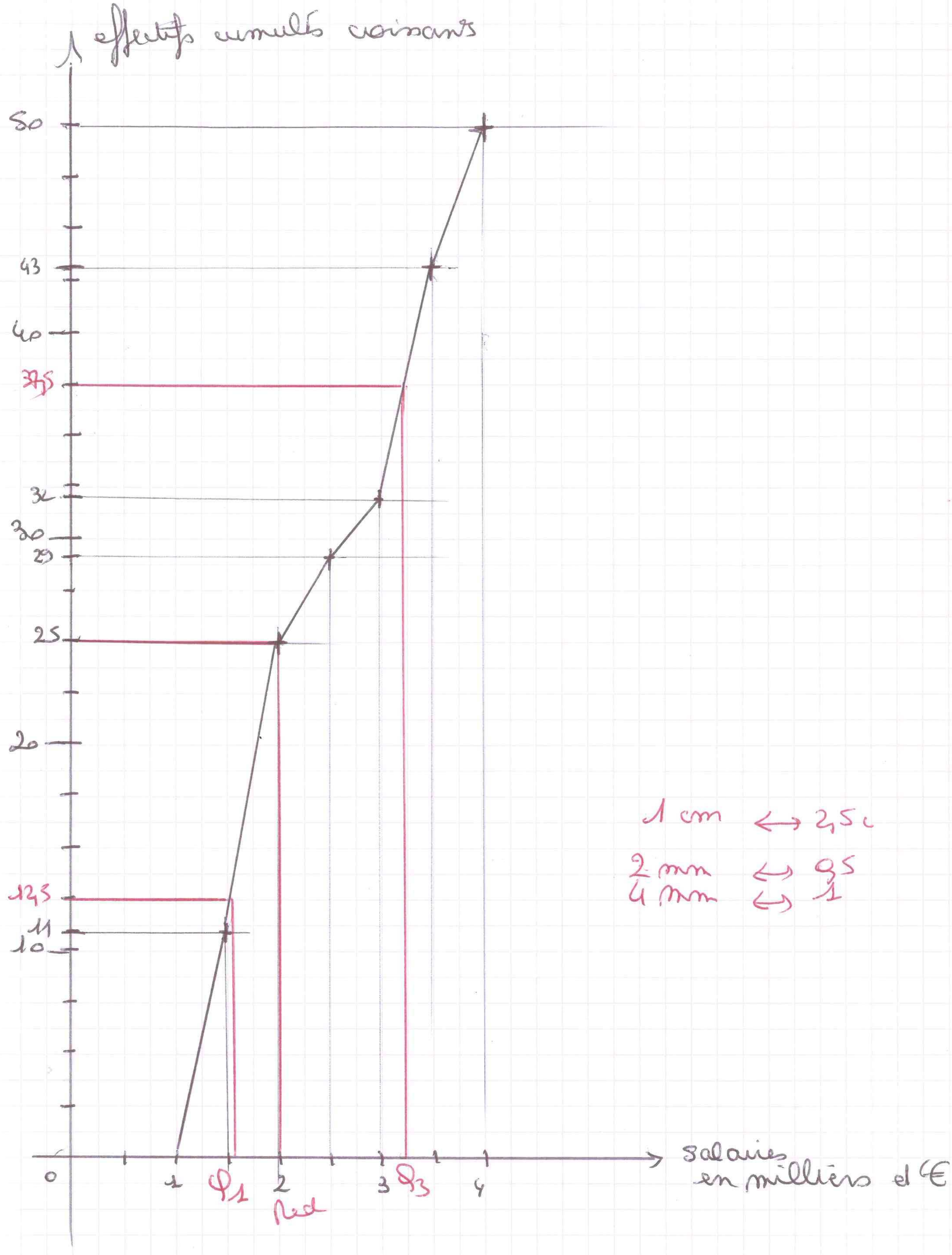
1 $s = \sqrt{V} \approx 4,6$ l'écart type est de 4,6 g soit inférieur à 5 g.

• $[m-s ; m+s] = [306,4 ; 315,6]$

On a $1+1+1+1+1=5$ baguettes qui n'ont pas le poids dans l'intervalle

1,5 $\dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4} = 25\%$ Donc seulement 75% des baguettes ont un poids qui convient.

0,5 Le lot ne sera pas accepté.



effectifs cumulés croissants
50
43
40
37,5
32
30
29
25
20
12,5
11
10
0
1
Q1
2
Med
3
Q3
4
salaires en milliers d'€
1 cm ↔ 2,5
2 mm ↔ 0,5
4 mm ↔ 1