Correction du devoir n°6

8,5

Ex 1 : 1) $f(x) = 2x^3 + x - \frac{1}{x}$ définie dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ 0,25

1 $\boxed{f'(x)} = 2\times 3x^2 + 1 - \left(\frac{-1}{x^2}\right)$

$= \boxed{6x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}}$

2) $f(x) = 3x\sqrt{x}$ définie sur $[0;+\infty[$ 0,5

dérivable sur $]0;+\infty[$

$f = uv \qquad f' = u'v + uv'$

1,5 $\boxed{f'(x)} = 3\sqrt{x} + 3x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3\sqrt{x} + \frac{3}{2}\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

$= 3\sqrt{x} + \frac{3}{2}\sqrt{x} = \boxed{\frac{9}{2}\sqrt{x}}$

3) $f(x) = \frac{x-1}{2x-3}$ définie dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{3/2\}$ 0,5

$2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3/2$

$f = \frac{u}{v} \qquad f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

1,5 $\boxed{f'(x)} = \frac{1(2x-3) - (x-1)\times 2}{(2x-3)^2} = \frac{\cancel{2x} - 3 - \cancel{2x} + 2}{(2x-3)^2} = \frac{-1}{(2x-3)^2}$

4) $f(x) = (4x-1)(x^2+3)$ définie dérivable sur $\mathbb{R}$ 0,25

$f = uv \quad f' = u'v + uv'$

1 $f'(x) = 4(x^2+3) + (4x-1)(2x)$

$= 4x^2 + 12 + 8x^2 - 2x = \boxed{12x^2 - 2x + 12}$

5) $f(x) = \frac{1-x}{x^2+1}$ définie dérivable sur $\mathbb{R}$ 0,5

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$ impossible

$f = \frac{u}{v} \quad f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

1,5 $\boxed{f'(x)} = \frac{-1(x^2+1) - (1-x)\times 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2 - 1 - 2x + 2x^2}{(x^2+1)^2}$

$= \boxed{\frac{x^2 - 2x - 1}{(x^2+1)^2}}$

Ex2 : $f'(-4)$ coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -4. 0,75

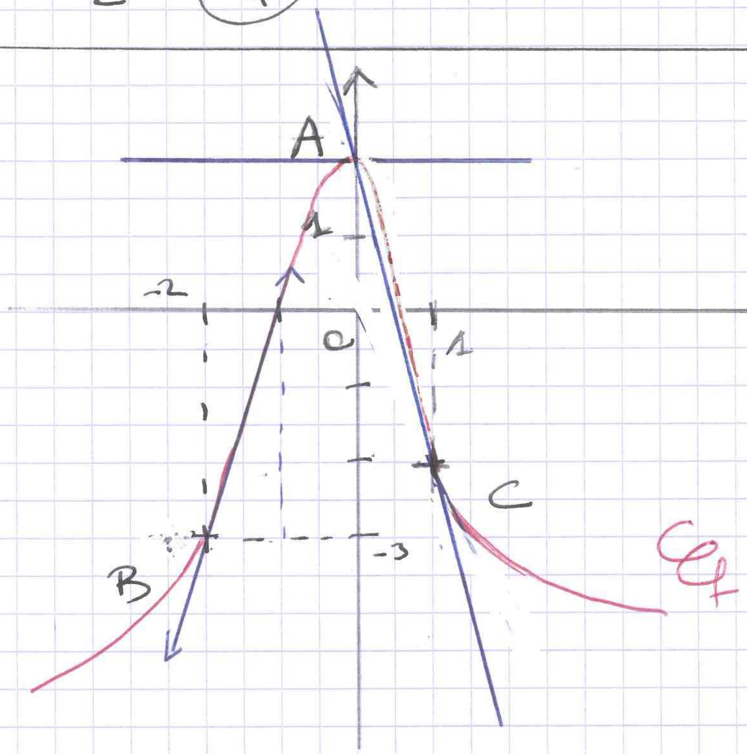
$\boxed{f'(-4) = 0}$ tangente horizontale 0,5

0,75 $f'(-5) = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}$ $\quad$ $f'(-2) = \frac{-3}{0,5} = \frac{-6}{1} = -6$

0,75

0,75 $f'(4) = -\frac{1,5}{2} = \frac{-3}{4}$ $\quad$ 3,5

Ex3 :



0,5

0,5 + 0,5 × 2

0,5

3,5

Ex4 : $g(x) = x^2 - 4x + 3$ $\quad$ $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$ $\quad$ 5,5

1) $\boxed{g'(x) = 2x - 4}$ 0,5

$g'(4) = 8 - 4 = 4$

$g(4) = 3$

T : $y = g'(4) \times (x - 4) + g(4)$

$y = 4(x - 4) + 3$

$y = 4x - 16 + 3$

1 $\boxed{y = 4x - 13}$

2) $\mathcal{D} : y = -2x - 1$ de coefficient directeur (-2)

Il s'agit de résoudre $g'(x) = -2$

soit $2x - 4 = -2 \iff 2x = 2 \iff \boxed{x = 1}$

1,5 $\mathcal{C}_g$ admet une tangente parallèle à $\mathcal{D}$ au point d'abscisse 1.

3) $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ $\quad$ $g(2) = -1$ $\quad$ $\mathcal{C}_g$ de sommet $S(2 ; -1)$

$\mathcal{C}_g$ 0,5 $\quad$ T, T' 0,75 × 2 + tgte hor 0,5