Correction du devoir n°2 - 1 ES

Ex1 : 1) f et g sont définies sur $D = [-6 ; 6]$ 0,25

2) L'image de -4 par f est 3 ; l'image de -4 par g est 4,5. 0,5×2

0,5 3) Les antécédents de 2 par f sont : $\boxed{-6, -1 \text{ et } 6}$

4) Le maximum de f sur D est 5 atteint pour $x = -1$ et le minimum est $-0,5$ atteint pour $x = 4$ 0,75×2

5) 0,75

x	-6		-1		4		6
$f(x)$	2	↗	5	↘	$-0,5$	↗	2

6) 0,5

x	-6		3		5		6
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

C_f est au-dessus de l'axe des abscisses sur $[-6 ; 3] \cup [5 ; 6]$ et au-dessous sur $[3 ; 5]$ 0,5

7) a) graphiquement les solutions de $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses $\boxed{S = \{3 ; 5\}}$

1

b) Les solutions de $f(x) \leq 4$ sont les abscisses des points de C_f situés au-dessous de la droite d'équation $y = 4$. $\boxed{S = [-6 ; -3] \cup [0 ; 6]}$

1

c) Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g.

$\boxed{S = \{-3 ; 1 ; 5\}}$

1

d) Les solutions de $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus de C_g

$\boxed{S = [-3 ; 1] \cup [5 ; 6]}$

1

Ex2 : 1) • f est croissante sur $[0;6]$
$1 < 3$ donc $\boxed{f(1) \leq f(3)}$ 0,75

• f est décroissante sur $[-7;0]$
$-5 < -3$ donc $\boxed{f(-5) \geq f(-3)}$ 0,75

• $3 \leq f(7) \leq 5$ et $-5 \leq f(-2) \leq 2$ 0,75
donc $-5 \leq f(-2) \leq 2 \leq 3 \leq f(7) \leq 5$: $\boxed{f(-2) \leq f(7)}$

2) Sur $[-10;10]$, -5 est le minimum pour f atteint en $x = 0$ et le maximum est 5 atteint pour $x = 6$ 1,5

3) $f(x) = 0$ admet 3 solutions sur $[-10;10]$ 0,75
$S = \{-10; \alpha; \beta\}$ avec $-7 < \alpha < 0$ et $0 < \beta < 6$

Ex3 : $f(x) = 3\sqrt{x-2}$ $\mathcal{D}f = [2;+\infty[$

1) f est définie pour $x - 2 \geq 0$ soit pour $x \geq 2$ 0,5

2) $\boxed{2 \leq a < b}$
$\Leftrightarrow 0 \leq a-2 < b-2$
$\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{a-2} < \sqrt{b-2}$ car $x \mapsto \sqrt{x}$ strictement croissante sur $[0;+\infty[$
$\Leftrightarrow 0 \leq 3\sqrt{a-2} < 3\sqrt{b-2}$ car $3 > 0$ 1,5
$\Leftrightarrow \boxed{0 \leq f(a) < f(b)}$ Donc f est croissante sur $[2;+\infty[$

3) alors $3 \leq x \leq 6 \Rightarrow f(3) \leq f(x) \leq f(6)$
soit $\boxed{3 \leq f(x) \leq 6}$ 1

$\begin{cases} f(3) = 3\sqrt{3-2} = 3 \times 1 = 3 \\ f(6) = 3\sqrt{6-2} = 3 \times 2 = 6 \end{cases}$

Ex4 : $g(x) = 1 - 2x^3$ $\mathcal{D}g = \mathbb{R}$

1) $\boxed{a < b}$
$\Leftrightarrow a^3 < b^3$ car $x \mapsto x^3$ strictement croissante sur $\mathbb{R}$
$\Leftrightarrow -2a^3 > -2b^3$ car $-2 < 0$ 1,5
$\Leftrightarrow 1 - 2a^3 > 1 - 2b^3$
$\Leftrightarrow \boxed{g(a) > g(b)}$ Donc g est décroissante sur $\mathbb{R}$

2) $g(0{,}79) > 0$ et $g(0{,}8) < 0$ donc $0{,}79 < \alpha < 0{,}8$
soit $\boxed{\alpha \simeq 0{,}8}$ 1,5