Correction du devoir n°7 - 1L

Ex 1 : 1) $\boxed{g(0)=0}$ et $\boxed{g(2)=2}$ car $A(2;2) \in \mathcal{C}_g$

1

- $g'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 1 ; en C
1 tangente parallèle à l'axe des abscisses
0,5 donc $\boxed{g'(1)=0}$
- $\boxed{g'(2)=-1}$ coefficient directeur de ~~la~~ la tangente en A
0,5

2) ⓐ g croissante sur $]-\infty;1]$ puis décroissante sur $[1;+\infty[$ donc

0,5
0,5

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

ⓑ La courbe de g' doit être au-dessus de l'axe des abscisses sur $]-\infty;1]$ puis au-dessous de l'axe des abscisses donc les courbes 1 à 4 ne conviennent pas

1,5

de plus $g'(2)=-1$ donc c'est la courbe 2 qui représente g'

Ex 2 : 1) $f(x)=5x^2-2x-1$ sur $[-2;2]$

$\boxed{f'(x)=10x-2}$

2

$f'(x)=0 \iff 10x-2=0 \iff 10x=2 \iff x=\frac{1}{5}$

x	-2		$1/5$		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	23	$\searrow$	$-6/5$	$\nearrow$	15

2) $f(x)=\dfrac{-4x+1}{3x-5}$ sur $[-4;1]$

2 $f'(x)=\dfrac{-4(3x-5)-(-4x+1)\times 3}{(3x-5)^2}=\dfrac{-12x+20+12x-3}{(3x-5)^2}=\boxed{\dfrac{17}{(3x-5)^2}}$

$f'(x)>0$ donc f strictement croissante

x	-4		1
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$3/2$

3) $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$ 1,5

$\boxed{f'(x) = 6x^2 + \frac{1}{x^2}}$ $f'(x) > 0$ donc f strictement croissante

4) $f(x) = x\sqrt{x}$ sur $[0;4]$ 1,5

$f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x}$

$= \frac{3}{2}\sqrt{x}$ $f'(x) > 0$

x	0		4
$f(x)$	0	$\nearrow$	8

donc f strictement croissante

Ex3 : $f(x) = \frac{2x^2 - x - 8}{x+2}$ sur $]-2;+\infty[$

1) ⓐ $u(x) = 2x^2 - x - 8$ $u'(x) = 4x - 1$ $f = \frac{u}{v}$

$v(x) = x + 2$ $v'(x) = 1$ $f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{(4x-1)(x+2) - (2x^2 - x - 8) \times 1}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{4x^2 + 7x - 2 - 2x^2 + x + 8}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 8x + 6}{(x+2)^2}$$

1,5

$$\boxed{f'(x) = \frac{2(x^2 + 4x + 3)}{(x+2)^2}}$$

ⓑ $(x+2)^2 > 0$ $2 > 0$

donc $f'(x)$ est du signe de $(x^2 + 4x + 3)$

$\Delta = 16 - 12 = 4$ $\sqrt{\Delta} = 2$

$x_1 = \frac{-4+2}{2} = -1$

1 $x_2 = \frac{-4-2}{2} = -3$

x	-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$ $a=1$	‖	$-$ signe de $-a$	0	$+$ signe de a	
$f(x)$	‖	$\searrow$	-5	$\nearrow$	

0,5

ⓒ -5 est le minimum de f sur $]-2;+\infty[$ pour $x = -1$

0,5

2) $T : y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$

$f(0) = -4$ et $f'(0) = 3/2$

donc $\boxed{y = 3/2\, x - 4}$ 1

3) $T' : y = f'(-3/2) \times (x - (-3/2)) + f(-3/2)$

$f(-3/2) = -4$ et $f'(-3/2) = -6$

donc $y = -6(x + 3/2) - 4$

1 $\boxed{y = -6x - 13}$

Exercice 2 / 7

Etudier le sens de variation de chacune des fonctions suivantes

1. $f(x) = 5x^2 - 2x - 1$ sur $[-2; 2]$
2. $f(x) = \dfrac{-4x+1}{3x-5}$ sur $[-4; 1]$
3. $f(x) = 2x^3 - \dfrac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$
4. $f(x) = x\sqrt{x}$ sur $[0; 4]$

Exercice 3 / 7,5

On considère la fonction f définie sur $]-2; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 8}{x+2}$$

1. (a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{2(x^2+4x+3)}{(x+2)^2}$

   (b) Justifier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f. (les limites ne sont pas exigées)

   (c) La fonction f admet-elle un extremum ? Si oui, lequel ?
2. Déterminer l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.
3. Déterminer l'équation de la tangente T' à C_f au point d'abscisse $-\dfrac{3}{2}$.
4. Tracer C_f, T et T' dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.

0,5 + 0,5 × 2 + horizontale 0,5

2