

Devoir de mathématiques n° 10 - 1èreL

22 mai 2012 - 1h

Exercice 1

(3,5 points)

1. Parmi les suites ci-dessous, définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, reconnaître les suites arithmétiques :

(a) $u_n = \frac{n+1}{3}$

(b) $v_n = -\frac{n}{2}$

2. La suite (w_n) est une suite arithmétique avec $w_{10} = 2$ et $w_{20} = 7$:
déterminer sa raison et calculer w_5 .

Exercice 2

(3,5 points)

1. Parmi les suites ci-dessous, définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, reconnaître les suites géométriques :

(a) $u_n = -3 \times 2^n$

(b) $v_n = 3n + 1$

2. La suite (w_n) est une suite géométrique de raison positive avec $w_2 = 37,5$ et $w_5 = 300$:
déterminer sa raison et calculer w_{11} .

Exercice 3

(3 points)

Etudier le sens de variation des suites ci-dessous :

1. $u_n = n^2 + 4n$ ($n \in \mathbb{N}$)

2. $v_n = -\frac{3n}{2} + \frac{1}{4}$ ($n \in \mathbb{N}$)

3. $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n - n^2 \end{cases}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Exercice 4

6 points

Victor et Sandra sont embauchés dans une entreprise le 1er janvier 2010 à des conditions différentes.

Victor commence avec un salaire mensuel net de 1 100 euros,

et Sandra avec un salaire mensuel net de 1 200 euros.

On souhaite étudier l'évolution de leurs salaires.

On note u_n le salaire mensuel de Victor au 1er janvier de l'année 2010 + n , et v_n celui de Sandra.
Ainsi $u_0 = 1100$ et $v_0 = 1200$.

1. Au 1er janvier de chaque année, le salaire mensuel de Victor augmente de 2%.

(a) Calculer u_1 et u_2 .

(b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n ; quelle est la nature de la suite (u_n) ?

(c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

(d) Calculer le salaire mensuel de Victor en 2015.

2. Au 1er janvier de chaque année, le salaire mensuel de Sandra augmente de 50 euros.

(a) Calculer v_1 et v_2 .

(b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n ; quelle est la nature de la suite (v_n) ?

(c) En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

(d) Calculer le salaire mensuel de Sandra en 2015.

3. On souhaite comparer l'évolution des deux salaires.

A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le salaire mensuel de Victor dépassera celui de Sandra.

Exercice 5

4 points

Soit la suite (u_n) la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 900 \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 200 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n - 500$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 - (a) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1} , puis en fonction de u_n .
 - (b) Montrer alors que (v_n) est une suite géométrique.
 - (c) Exprimer v_n en fonction de n .
 - (d) En déduire que $u_n = 400 \times (0,6)^n + 500$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer le comportement de la suite (u_n) quand n devient de plus en plus grand (quand $n \rightarrow +\infty$).